

Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema

Mequè Edo, Mírian Baeza, Jordi Deulofeu y Edelmira Badillo

Resumen

El presente trabajo es un acercamiento a la investigación en la utilización de los juegos de estrategia como herramienta metodológica para la enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas. En concreto, este estudio se centra en el uso de un juego de estrategia como herramienta metodológica para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas. Nuestro objetivo es describir y analizar las fases de la heurística que alumnos de quinto de primaria (10-11 años) desarrollan para descubrir las estrategias ganadoras en el juego "Cerrar quince" realizando un posible paralelo entre estas fases y la de la resolución de un problema matemático.

Antecedentes

El presente estudio es de carácter exploratorio, siendo un primer acercamiento a un trabajo de investigación más amplio. Se basa en el potencial de los juegos en el aula de matemáticas (Edo, 2002). En este caso seleccionamos juegos de estrategia para desarrollar habilidades de resolución de problemas en quinto de primaria (10-11 años). La pregunta de investigación surge de la relación entre la heurística del descubrimiento de estrategias ganadoras en el juego "Cerrar quince" y el posible paralelismo entre este proceso y el de resolución de un problema matemático (Pólya, 1979).

En este estudio pretendemos buscar evidencias que nos permitan abordar las preguntas de investigación ¿Cómo llevan a cabo los alumnos¹ de primaria el proceso de descubrimiento de las estrategias ganadoras del juego "Cerrar quince"? y ¿Existe relación entre las fases de la heurística desarrollada en un juego de estrategia y la heurística desarrollada en la resolución de un problema matemático?

A continuación presentaremos brevemente los antecedentes teóricos que sientan la base de nuestro estudio.

Desde tempranas edades, el mayor cúmulo de aprendizajes de los niños se desarrolla en un entorno de juego. Vygotski (1979) afirma que "el juego crea una

¹ En este estudio, se utiliza la palabra alumnos, niños, etc. incluyendo los dos géneros, con el objetivo de hacer más fluida la lectura y escritura, no con el objetivo de resaltar un género más que el otro.

zona de desarrollo próximo en el niño” (p.156) que es generador de nuevos aprendizajes. Este autor concibe el juego como una actividad esencial para el desarrollo humano, recalcando que “El juego no es un rasgo predominante de la infancia, sino un factor básico en el desarrollo” (op. cit. p.154). Siguiendo al mismo autor sabemos que cualquier juego contiene reglas, algunas más implícitas y otras más explícitas, y que a medida que el niño se va desarrollando cambia sus intereses desde los juegos de simulación hacia los juegos más reglados, siendo cada vez más consciente del propósito que encierra cada juego. Vygotski añade que durante la edad escolar “el juego no desaparece, sino que se introduce en la actitud que el niño adopta frente a la realidad. Tiene su propia continuidad interna en la instrucción escolar y en el trabajo” (p.158). En síntesis, concordamos con Vygotski que el juego proporciona beneficios cognitivos, sociales y morales que, no sólo no debe coartarse en ninguna etapa del desarrollo del niño, ni posteriormente de adulto, sino que debe potenciarse.

El uso del juego en el aula, especialmente el juego colectivo, es una actividad que permite el desarrollo de diversas áreas: social, política (normas y reglas), moral, emocional y cognitiva (Kamii & DeVries, 1980). Las autoras señalan, a partir de los resultados de sus estudios, que el valor de los juegos colectivos en la enseñanza tiene estrecha relación con la tendencia natural de los niños a participar en este tipo de actividades, “La capacidad en ciernes de participar en juegos colectivos es un importante logro cognoscitivo y social de los niños de cinco años que debe estimularse antes de los cinco años de edad y reforzarse aún más después de esta edad” (Kamii & DeVries, 1980, p.44). Dentro de las ventajas de los juegos colectivos en la enseñanza está la posibilidad de los jugadores de recibir la corrección por parte de otro jugador y no del propio profesor, lo que conduce al desarrollo de su autonomía, así también se sienten motivados a supervisar las acciones de sus compañeros y reciben una retroalimentación mutua e inmediata. Por otro lado, los alumnos se encuentran más activos mentalmente cuando están jugando que cuando trabajan en hojas de ejercicios, lo que confirma la fuerza motivadora del mismo como instrumento metodológico de enseñanza.

En este punto es necesario definir que entendemos por **juego matemático** en nuestra investigación. El juego matemático es una actividad colectiva basada en reglas fijas, sencillas, comprensibles y asumidas por todos los participantes. Las reglas establecerán no sólo los objetivos para el conjunto de jugadores, sino también los objetivos específicos de cada uno de los participantes que deberán buscar las estrategias para bloquear y/o ganar al resto de los participantes.

Concordamos con Corbalán (1994) que los juegos en el contexto escolar precisan también del uso de material concreto como tableros y fichas o simplemente lápiz y papel, materiales que permitan registrar los procesos de resolución del problema matemático implicado en el juego.

Dependiendo del objetivo del juego planteado para las clases de matemáticas planificadas por el profesor, el juego presenta diversas potencialidades. En la actualidad disponemos de resultados positivos en relación a: el aumento de la habilidad de cálculo mental (Edo, 1998), el desarrollo de la capacidad de

clasificación, seriación, comprensión del número, comprensión y ubicación espacial y la comprensión de la relación temporal (Kamii & Kato, 2005); el aumento de la autoestima, de la cooperación entre compañeros y del desarrollo del lenguaje matemático (Topping y otros, 2003).

El uso de juegos en el marco escolar, como hemos visto, puede tener distintas finalidades. Corbalán y Deulofeu, (1996) distinguen entre dos grandes categorías de juegos a utilizar en el marco escolar. De una parte los juegos que persiguen la comprensión de conceptos o la mejora de técnicas matemáticas, llamados juegos de conocimiento, y de otra parte, los juegos que se centran en la adquisición de métodos de resolución de problemas, llamados juegos de estrategia.

Los juegos de estrategia son aquellos en los que existen estrategias (entendidas como formas de jugar) para ganar siempre o para no perder (Corbalán & Deulofeu, 1996). En estos juegos todas las decisiones están en manos de los jugadores (no hay azar) y se trata de que estos lleguen a descubrir la existencia de una estrategia ganadora, es decir, una forma de jugar que permita ganar siempre, o que el otro jugador no gane nunca, dependiendo de si el jugador es el primero o el segundo en realizar sus jugadas (Edo, Deulofeu y Badillo, 2006).

A continuación se presentan algunos aspectos vinculados con la potencialidad que buscamos observar y describir en nuestro estudio, es decir, el desarrollo de habilidades de resolución de problemas.

En el campo de la didáctica de las matemáticas existe, desde hace años, un interés especial por la investigación en la enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas, interés que en ocasiones se vincula con el hecho de utilizar juegos en el aula. Esta importancia radica en el énfasis que en los actuales currícula de matemáticas se pone en la resolución de problemas, como una de las competencias principales que conforman la competencia matemática, “lo que ha llevado a considerar los juegos de estrategia como elementos claves en este proceso y a usarlos, no sólo para introducir contenidos, sino también, y muy especialmente, para favorecer distintos aspectos (procesos, fases...) de la resolución de problemas, así pues constituyen un instrumento metodológico importante para su enseñanza” (Gómez-Chacón, 1992. p.7).

La relación entre los juegos de estrategia y la resolución de problemas radica en el hecho que, potencialmente, ambos comparten el mismo proceso heurístico, es decir, que las fases de resolución de uno y otro coinciden y que el tipo de acciones a realizar tienen una gran coincidencia. A la hora de relacionar las fases de la heurística de la resolución de problemas de un juego de estrategia y de un problema matemático, debemos recordar a Polya para quien el objetivo de la heurística es “comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular *las operaciones mentales típicamente útiles* en este proceso” (Pólya, 1979, p.103). Estas operaciones son las que pretendemos analizar en el presente estudio.

Estas operaciones mentales implican, entre otras, la indagación, la exploración y el descubrimiento, algo que está en estrecha relación con nuestra idea del uso de

los juegos de estrategia en grupos colectivos para el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas en las clases de matemáticas.

Gómez-Chacón (1992) considera que “Las heurísticas de los juegos de estrategia requieren el mismo cuidado y análisis que la resolución de problemas, pues esencialmente coinciden. La semejanza de esta estructura permite comenzar a ejercitar en unos y en otra las mismas herramientas, idénticos procesos de pensamiento que son útiles en los desarrollos matemáticos” (p.18)

Para estudiar el posible paralelismo entre el proceso de resolución de un problema matemático y el de descubrimiento de la estrategia ganadora de un juego de estrategia partimos (cuadro 1) del paralelismo observado (Edo, 2002) entre las fases de la resolución de un problema matemático en el ámbito de la educación primaria y las fases de resolución de un juego de sociedad.

Fases de resolución de problemas en primaria (Pólya)	Fases de resolución de un juego
I. Comprensión del problema.	a) Comprensión de los objetivos del juego y de las normas a seguir.
II. Diseño y ejecución de un plan general o de planes parciales sucesivos.	b) Desarrollo de partida: experimentación, realización de conjeturas, diseño de planes parciales, planificación de una estrategia
III. Verificación de la solución obtenida.	c) Validación o refutación de la estrategia y análisis de lo que ha pasado

Cuadro 1: Relación entre las fases de resolución de un problema y las fases de resolución de un juego.

En el estudio de Edo (2002), se aportan resultados en relación a los procesos de conocimiento y apropiación de un nuevo juego en el que se observa la aparición de fases o momentos claves que presenta un paralelismo con las fases de resolución de un problema. En el estudio de Edo se utilizaron juegos con alguna estrategia parcial, pero no juegos de estrategia según definición de Corbalán y Deulofeu, (1996). Nuestra intención es analizar el proceso de descubrimiento de estrategias ganadoras de un juego de estrategia viendo si se reconocen, o no, las fases señaladas.

Entendemos que los juegos matemáticos pueden permitir desarrollar habilidades de resolución de problemas, siempre y cuando sean trabajados con un objetivo claro y dentro de un ambiente de resolución de problemas, en donde se estimule el pensar matemáticamente para generar situaciones problemas que pertenezcan al dominio de objetivos matemáticos más generales (Abrantes, 1996). Este entorno debe, por lo tanto, permitir que los alumnos exploren, verbalicen, discutan y compartan diversos caminos para la resolución del juego.

Objetivo de nuestro estudio

El objetivo general de esta investigación es identificar evidencias que nos permitan describir los procesos heurísticos del descubrimiento de estrategias ganadoras y el posible paralelismo con las fases de resolución de problemas (Pólya, 1979).

Los objetivos específicos del presente estudio son los siguientes:

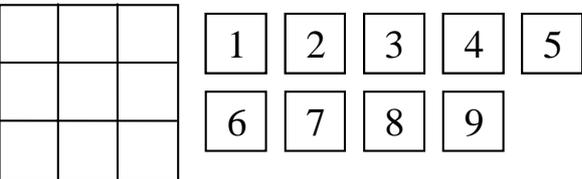
- Describir el proceso de resolución de estrategias ganadoras del juego de estrategia "Cerrar quince".
- Comparar las fases de la heurística que los alumnos desarrollan en la resolución del juego de estrategia "Cerrar quince" en comparación a las fases de la heurística de un problema matemático.

Material y métodos

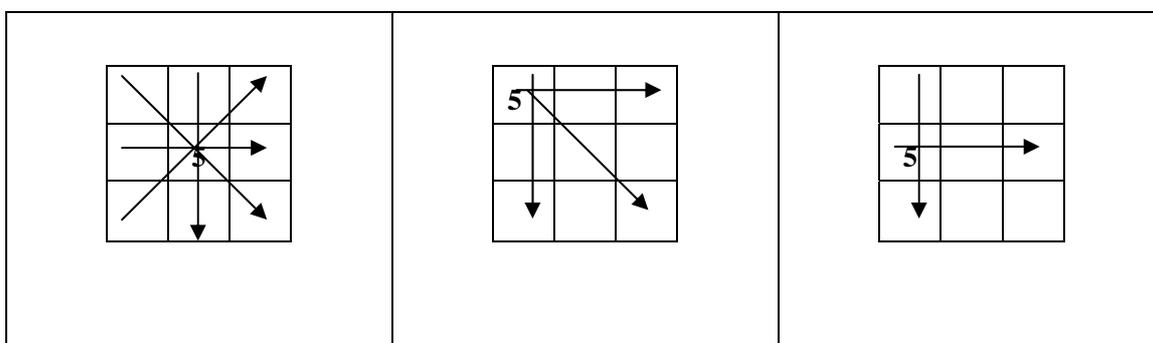
El juego de estrategia seleccionado para desarrollar el presente trabajo de innovación e investigación es el juego "Cerrar quince". Este juego para dos jugadores consta de un tablero cuadrado formado por nueve casillas y nueve fichas (con los números del 1 al 9). El juego consiste en colocar tres fichas que sumen 15, ya sea siguiendo una fila, una columna o una de las dos diagonales. Los alumnos deben buscar algunas de las estrategias ganadoras.

El presente juego de estrategia, se seleccionó porque es un juego rico en posibilidades para explorar y pertinente para generar un ambiente de resolución de problemas.

El juego: *Cerrar quince*

Nivel:	Quinto, sexto de primaria. (10 a 12 años)
Material:	Un tablero de 3 x 3, y un juego de 9 cartones con cifras del 1 al 9. 
Número de jugadores:	2 jugadores (aunque en esta experiencia participan 4 alumnos que juegan en equipos de dos).
Normas:	Se colocan todos los cartones boca arriba, cada jugador (o equipo) escoge, por turno, un número y lo coloca encima del tablero, donde quiera. El primer jugador (o equipo) que al colocar su número consigan sumar "15" ya sea de manera vertical, horizontal o diagonal, gana el juego.

Estrategia ganadora: El juego presentado, un juego sin intervención del azar, debe ser analizado para descubrir una estrategia ganadora. Si el primer jugador coloca el 5 en cualquiera posición del tablero puede hallar una estrategia para ganar. Si el jugador coloca el 5 en la casilla central del tablero puede ganar a la siguiente jugada, ya que el cinco en esta posición ocupa todas las direcciones del tablero para realizar sus jugadas (horizontal, vertical y dos diagonales) y además permite que todas las fichas restantes (1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9) formen parejas que suman 10. Otra estrategia para que el primer jugador halle una solución favorable al juego consiste en colocar el 5 en uno de los vértices, posición que ocupa tres direcciones y que le permitiría ganar a la tercera jugada; otra es situar el 5 en el centro de un lado del tablero, lo que le permitiría ganar a la cuarta jugada.



Existe también la posibilidad de hallar una estrategia ganadora, para el primer jugador, colocando una ficha en el centro distinta del cinco. En efecto, si colocamos, por ejemplo, el 4 en el centro, quedan emparejadas las fichas: 9-2, 8-3, 6-5 (que suman 11 y con el 4 hacen 15), y quedan sin aparejar sólo el 1 y el 7. El segundo jugador debe jugar uno de estos dos números, si no quiere perder inmediatamente, y el primero puede jugar el otro, cerrando una línea que no suma 15, pero obligando al segundo jugador a poner uno de los números restantes, con lo cual el primero ganará la partida jugando el otro número del par. Lo mismo sucede para cualquier otro número distinto de 5, por lo que es posible asegurar que este juego admite diversas estrategias ganadoras para el primer jugador, ya sea iniciando el juego con un 5 en cualquier casilla, o bien jugando cualquier otro número en la casilla central.

Contexto de la experiencia

En el presente estudio participaron alumnos del Colegio “Mare de Déu de la Mercè”, ubicado en Badalona, ciudad de Barcelona (Cataluña, España). Colegio de tipo concertado que atiende a una población de nivel socio-económico medio bajo y con un alto porcentaje de alumnos inmigrantes, especialmente en el aula implicada en la investigación, el curso está compuesto por 27 alumnos, 11 niños y 16 niñas de entre 10 y 11 años de edad.

Las sesiones de juego forman parte de los contenidos matemáticos planificados anualmente por la profesora, siendo estas la última unidad a estudiar en el presente período académico, a su vez forma parte de un proyecto de cálculo

mental llevado a cabo en el centro. La profesora es experta en didáctica de las matemáticas y su experiencia en primaria es de 3 años.

La unidad didáctica de juegos tuvo una duración de tres semanas, la primera sesión tuvo una duración de 15 minutos y en ella se presentó el juego al curso y se realizaron un par de partidas para conocer y comprender las reglas y objetivos del juego. La segunda sesión tuvo una duración total de 45 minutos, siendo la sesión seleccionada para el análisis por lo que se detallará más adelante. La tercera y última sesión tuvo una duración de 45 minutos, en ella se revisaron las estrategias ganadoras encontradas por los grupos formados en la clase y se revisó la tarea que la profesora había pedido al final de la segunda sesión, la que consistía en buscar todas las formas posibles de generar el cuadrado mágico con las nueve fichas del tablero.

Participantes

El grupo de estudio estuvo conformado por un grupo de cuatro alumnos de quinto de primaria, que desarrollaron el juego en parejas formadas por un niño y una niña. Con este tipo de agrupación por parejas mixtas, evitamos la discriminación de género. Los alumnos fueron seleccionados por su habilidad lingüística de esta manera nos aseguramos obtener, por parte de los alumnos participantes, la interacción verbal suficiente para conseguir suficientes datos observables y analizables.

Recolección de datos e Instrumentos de análisis

Para la recogida de datos se utilizó una grabadora de audio digital y una cámara de vídeo. Se grabaron tres sesiones, la primera de 15 minutos y las dos siguientes de 45 minutos, para el presente trabajo se seleccionó la segunda sesión ya que la primera sesión fue muy breve y la tercera sesión fue destinada principalmente a analizar colectivamente los resultados del juego de la sesión anterior.

Para el análisis de los datos se procedió a la transcripción de los datos audiovisuales. Para ello se numeraron las intervenciones con el fin de hacer más fluida la lectura y la búsqueda de episodios, sub-episodios y segmentos para el análisis. Se realizaron las puntuaciones pertinentes que permitan comprender las pausas y resaltar los gestos de los participantes. Se utilizó la letra cursiva para destacar el diálogo y la letra normal dentro de corchetes para aclarar los gestos, silencios e interrupciones de los alumnos. En la transcripción se agregó a medida que se avanzaba en las jugadas, cuadros de 3x3 casillas para mostrar de una manera visual y clara las jugadas que se iban realizando en el tablero del juego "Cerrar 15", también se utilizaron abreviaturas para indicar a los sujetos que intervenían en las interacciones.

Las abreviaturas destinadas a los participantes del estudio fueron las siguientes:

- P1: Pareja 1
- P2: Pareja 2
- P: Profesora
- 1a y 1b: Alumnos que conforman la pareja 1
- 2a y 2b: Alumnos que conforman la pareja 2
- EG: Estrategia ganadora

Análisis de datos

Para el análisis se partió del modelo utilizado por Schoenfeld (1999) "Models of the Teaching Process". En este modelo una clase es analizada dividiéndose en episodios que a su vez son subdivididos en sub-episodios.

En nuestro caso, se partió de la transcripción de la sesión de manera íntegra, el análisis se centró en la búsqueda de aquellos sub-episodios del diálogo que se identificaron con las fases de la resolución del juego mencionadas en el Cuadro 1. El modelo de análisis usado en nuestro estudio se presenta en el cuadro 2

EPISODIOS LÍNEAS DE TRANSCRIPCIÓN Primer nivel de análisis	SUB-EPISODIOS FASES DE LA RESOLUCIÓN DE JUEGO DE ESTRATEGIA Segundo nivel de análisis	SEGMENTOS Cada jugada

Cuadro 2: Sistema de análisis de la sesión en episodios, sub-episodios y segmentos.
A partir de Schoenfeld, (1999)

En el primer nivel de análisis se han identificado cinco episodios:

- I. Inicio de la sesión,
- II. Desarrollo de partida: primera partida
- III. Desarrollo de partida: segunda partida
- IV. Desarrollo de partida: tercera partida
- V. Cierre de la sesión.

En el segundo nivel de análisis centrado sólo en los episodios de *desarrollo de partida*, se identificaron los tres sub-episodios correspondientes a las fases de resolución de un problema (ver Cuadro 1). Cada sub-episodio consta de varios segmentos, cada segmento equivale a una jugada. A continuación se describe y ejemplifican los tres sub-episodios identificados.

- a. **Comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir.** Esta fase se refiere a toda duda relacionada con el uso del tablero, las fichas y las reglas del juego, como por ejemplo, las direcciones en las que se puede jugar, las posiciones del tablero en las que se puede o no colocar las fichas, etc.

Ejemplo 1: En este segmento el alumno **1b** presenta dudas en relación al lugar donde se pueden colocar las piezas. Cree que se debe colocar el número a continuación de otro número ya colocado. Esto tiene que ver con la falta de comprensión de las normas del juego, en las que cada jugador puede colocar los números en cualquier posición del tablero, sin que sea necesario continuar una alineación ya iniciada.

200.	2a:	[Dirigiéndose a 1a] <i>Lo ponemos [aquí] para evitar que ellos ganen después</i>
201.	P :	<i>Para evitar que ellos ganen.</i>
202.	1b:	<i>Sí, pero para ponerlo aquí, aquí tendrías que hacer [primero] esta línea o aquí...</i>
203.	2a:	[Dirigiéndose a 1b] <i>No, porque si no quiero...</i>
204.	1b:	<i>Entonces, ¿cómo lo harías?</i>
205.	2a:	<i>¡Pero lo puedo poner aquí!</i>
206.	P :	<i>Claro, ella lo puede poner.</i>

- b. **Desarrollo de partida:** Esta fase se refiere a todo proceso de experimentación, realización de conjeturas, diseño de planes parciales, o planificación de una estrategia. En el análisis, cada jugada de un número por parte de una pareja, y la correspondiente verbalización pertenece al desarrollo de partida. Excepto cuando se refieren a la comprensión de las normas u objetivos y cuando validan una estrategia que creen que han encontrado.

Ejemplo 2: En el sub-episodio de desarrollo de partida los alumnos van realizando sus jugadas (cada jugada es un segmento de este sub-episodio). En el segmento del ejemplo un alumno discute con su pareja los movimientos que pueden realizar para evitar que la otra pareja gane. El ejemplo 2 se centra en una jugada que se inicia cuando **2a** decide colocar el número 1 en la posición que impida al contrincante sumar 15.

138.	2b:	[Dirigiéndose a 2a] <i>¿Pero si lo ponemos [refiriéndose al número 1] en el centro?</i>									
139.	2a:	<i>No [colocando el 1 en la línea inferior], 7 más 1 da 8, tienen que tener un 7 para 15 y ya está [ya está colocado el 7 en el tablero].</i>									
<table border="1" style="margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">8</td> <td style="padding: 5px;">7</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table>			8	7						1	
8	7										
	1										
140.	2b:	<i>¡Ah!, vale.</i>									

- c. **Validación de la estrategia y análisis de lo que ha pasado.** Esta fase se refiere a los momentos en que los alumnos intentan explicar y argumentar

el porqué una estrategia es, o no es, ganadora. También puede contener varios segmentos que corresponden a cada una de las tiradas.

Ejemplo 3: En este sub-episodio los alumnos argumentan por qué ellos creen que han encontrado la estrategia ganadora. La maestra, **P**, se acerca al grupo y pide a **2a** que explique la estrategia ganadora. **2a** argumenta que el 5 en el centro es la estrategia ganadora porque con todos los números restantes pueden formarse parejas que sumen 10, entonces teniendo el 5 en el centro, siempre tendrá la posibilidad de sumar 15.

41.	P :	[Dirigiéndose a 2a] <i>A ver, espera un momento, ¿por qué dices que has ganado?</i>									
42.	2a:	<p><i>Porque pusimos el 5 en el centro que gana siempre, porque con un número como el 9, lo ponemos aquí y luego el 1 y ganamos.</i></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>9</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>1</td> </tr> </table>	9				5				1
9											
	5										
		1									
43.	P :	<i>¿Y si pusiera un 2?</i>									
44.	1b:	<i>También.</i>									
45.	P :	<i>¿Por qué?</i>									
46.	1b:	[Mostrando el 2] <i>porque si pones el 2 y el 5 son 7 y con el 8 haces 15.</i>									
47.	P :	<i>¿Y el 3? [Saca el 2 del tablero y coloca el 3].</i>									
48.	1a:	<i>Pones el 7</i>									
50.	P :	<i>¿Y da 10 no?</i>									
51.	2a:	<i>¿Y el 8? [Busca el 2].</i>									
52.	P :	<i>Con el 2.</i>									
53.	1b:	<i>Es verdad.</i>									
54.	P :	<i>¿Tú crees que han ganado? [Dirigiéndose a 1b].</i>									
55.	1b:	<i>Sí, sí.</i>									
56.	P :	<i>¿Y tú piensas que ganan siempre con el 5? [Dirigiéndose a 1b].</i>									
57.	1b:	<i>Sí.</i>									

Algunos datos del análisis

A continuación se muestran los episodios y los sub-episodios identificados en el análisis de una sesión de juegos, concretamente la segunda sesión. En ella participan cuatro alumnos, y en ocasiones la maestra. El tiempo total es de alrededor de 45 minutos.

Episodios

- I. Inicio de la sesión: 5 minutos y 40 segundos
- II. Desarrollo de partida: primera partida: 7 minutos y 40 segundos.
- III. Desarrollo de partida: segunda partida: 8 minutos y 3 segundos.
- IV. Desarrollo de partida: tercera partida: 18 minutos y 20 segundos.
- V. Cierre de la sesión: 3 minutos y 23 segundos.

Sub-episodios

- a) Comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir
- b) Desarrollo de partida: experimentación, diseño y aplicación de planes parciales.
- c) Validación o refutación estrategia y análisis de lo que ha pasado.

Episodios		Sub-episodios, en desarrollo de partida	
I. Inicio de la sesión:	5'40''		
II. primera partida	7'40''	b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	2'
		c validación o refutación estrategia y análisis de lo que ha pasado,	5' 40''
III. segunda partida	8'40''	b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	1'49''
		a comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir,	39''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	4' 30''
		c validación o refutación estrategia y análisis de lo que ha pasado,	1'5''
IV. tercera partida	18'20''	b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	3' 3''
		a comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir,	22''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	12''
		a comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir,	27''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	16''
		a comprensión de los objetivos del juego y de las normas que se deben seguir,	31''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	1' 6''
		c validación o refutación estrategia y análisis de lo que ha pasado	39''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	4' 47''
		c validación o refutación estrategia y análisis de lo que ha pasado	51''
		b experimentación, diseño y aplicación de planes parciales,	5' 6''
V. Cierre de la sesión	3'23''		

Cuadro 3: Episodios y sub-episodios, en desarrollo de partida, identificados en una sesión

Resultados

El objetivo trazado para nuestro estudio era identificar las evidencias que nos permitan describir los procesos heurísticos del descubrimiento de estrategias ganadoras y el posible paralelismo con las fases de resolución de problemas mencionadas por Pólya (1979). Recordamos también los objetivos específicos de este estudio:

- Analizar el proceso de resolución de estrategias ganadoras del juego de estrategia "Cerrar quince".
- Describir las fases de la heurística que los alumnos desarrollan en la resolución del juego de estrategia en comparación a las fases de la heurística de un problema matemático.

A partir del análisis de los datos de nuestro estudio exploratorio encontramos los siguientes resultados:

- En la ejecución del juego, aparecen las fases de resolución de problemas presentadas en el Cuadro 1.
- Las fases identificadas en la resolución del juego, se repiten a lo largo del desarrollo del mismo sin un orden lineal estricto.
- Sin embargo, a partir de este primer análisis, podemos describir el proceso realizado por el grupo estudiado. Al inicio de la sesión encontramos tres sub-episodios en los que los alumnos, experimentan y aplican (b), analizan y validan (c) y experimentan y aplican (b). Sigue un momento en que aparece una duda relacionada con la comprensión de objetivos o normas (a). Los tres sub-episodios siguientes siguen la misma pauta inicial, es decir, los alumnos experimentan y aplican (b), analizan y validan (c) y experimentan y aplican (b). Cuando reaparece la duda (a) se centran en ella en los seis sub-episodios siguientes; alternando uno de comprensión de objetivos y normas (a) con uno de experimentación y aplicación (b). En el momento que el grupo comparte realmente los objetivos y normas de la tarea, el sub-episodio (a) desaparece y se centran de nuevo y alternativamente en, experimentación y aplicación (b) seguido de análisis y validación (c).

Conclusiones y limitaciones

Los resultados anteriormente mencionados nos llevan a concluir que:

- Tenemos indicios de que el juego "Cerrar quince" es un juego de estrategia apropiado para generar un entorno de resolución de problemas, dado que en su ejecución aparecen las fases de resolución de problemas presentadas en el cuadro 1.
- En este momento necesitamos estudiar la misma situación con más grupos de alumnos. Estamos definiendo mejor el papel del adulto que interviene.

Generando una pauta didáctica que guíe el desarrollo de la sesión. Y, estamos estudiando cómo definir mejor las distintas unidades de análisis del siguiente estudio.

Aportaciones didácticas

Los incipientes resultados aportados avalan las numerosas recomendaciones didácticas relacionadas con la pertinencia de la utilización de este tipo de juegos en el aula. Nuestra observación directa y el análisis de los registros en video nos permiten afirmar que no cabe duda de que el juego utilizado genera motivación: el juego en sí no causa tedio y los alumnos se encuentran concentrados, activos y participativos en el desarrollo del mismo. Los alumnos se sintieron motivados a analizar junto con su compañero/a los movimientos necesarios para ganar o no dejar ganar al oponente y buscar en conjunto la estrategia ganadora, desarrollando estas fases como si fueran un problema matemático.

Aprovechamos esta oportunidad para instar a la comunidad de profesores de matemáticas que apliquen en sus aulas este juego y otros parecidos como herramienta metodológica para el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y a estudiar y profundizar en esta relación.

Perspectivas de investigación

Del presente estudio surgen nuevos interrogantes que son un aliciente para la siguiente investigación centrada en el juego como entorno de resolución de problemas dentro del aula. Deseamos recolectar y analizar más datos que nos permitan describir de manera más exhaustiva la heurística de la resolución de un juego de estrategia en otros grupos de alumnos. Para el siguiente análisis estamos estudiando basarnos en los episodios presentados por Schoenfeld, (1985), 1. Episodio de lectura; 2. Episodio de análisis; 3. Episodio de exploración; 4. Episodio de planificación; 5. Episodio de implementación; 6. Episodio de verificación o valoración; y 7. Episodio de transición. Nuestra intención es llegar a estudiar y comparar un mismo grupo de alumnos durante el proceso de resolución de un juego de estrategia y durante el de resolución colectiva de un problema típicamente matemático, estableciendo así, a partir de datos empíricos, una explicación más detallada y profunda de las relaciones (semejanzas y diferencias) entre estos dos procesos.

Bibliografía

- Abrantes, P. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. *Uno, revista de Didáctica de las matemáticas*, 8, 7-18.
- Corbalan, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Corbalán, F.; Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno, revista de Didáctica de las matemáticas*, 7, 71-80.
- Edo, M. (1998). Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria. *Uno, revista de Didáctica de las matemáticas*, 18, 21-37.
- Edo, M. (2002). *Jocs, interacció i construcció de coneixements matemàtics*. Tesis doctoral. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Edo, M.; Deulofeu, J.; Badillo, E. (2007). Juego y matemáticas: Un taller para el desarrollo de estrategias en la escuela. *Actas XIII JAEM, Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas*, Granada. Julio, 2007
- Gómez Chacón, I. (1992). Los juegos de estrategia en el currículum de matemáticas. *Apuntes I.E.P.S*, 55. Madrid: Narcea ediciones.
- Kamii, C.; DeVries, R. (1980). *Juegos colectivos en la primera enseñanza: implicaciones de la teoría de Piaget*. Madrid: Visor.
- Kamii, C. & Kato, Y. (2005). Fostering the Development of Logico-Mathematical Thinking in a Card Game at Ages 5-6. *Early Education & Development* 16 (3), 367-383.
- Pólya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Shoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando, E.E.U.U: Academic Press, Inc.
- Shoenfeld, A.H. (1999). Models of the Teaching Process. *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (3), 243-261
- Topping, K.; Campbell, J.; Douglas, W.; Smith, A. (2003). Cross-age peer tutoring in mathematics with seven- and 11-year olds: influence on mathematical vocabulary, strategic dialogue and self-concept. *Educational Research*, 45 (3), 287-308.
- Vygotski, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores Lev S. Vygotski: edición al cuidado de Michael Cole*. Barcelona.
-

Edo Basté, Mequè. Doctora en Didáctica de las Matemáticas, Licenciada en Filosofía y Ciencias de la Educación, Diplomada en Profesorado de Educación General Básica. Profesora investigadora de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Autónoma de Barcelona. Miembro del Grupo de Investigación PREMAT (Resolución de Problemas y Educación Matemática). Líneas de investigación: Resolución de Problemas, juego y matemáticas. Buenas prácticas matemáticas en Educación Infantil. Matemáticas, interacción y contextos. Meque.Edo@uab.cat
Algunos trabajos disponibles en: <http://dewey.uab.es/medob/>

Deulofeu Piquet, Jordi. Licenciado en Matemáticas y Doctor en Ciencias de la Educación. Profesor titular de didáctica de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Facultad de Ciencias de la Educación. Universitat Autònoma de Barcelona. Coordinador de PREMAT (Resolución de Problemas y Educación Matemática) grupo de investigación de la UAB. Líneas de investigación: Resolución de problemas, juego y matemáticas. Competencia matemática. Formación del profesorado. Divulgación de las matemáticas.
jordi.deulofeu@uab.cat

Edelmira Badillo Jiménez. Doctora en Didáctica de las matemáticas, Licenciada en Educación con especialidad en Matemáticas, Diplomada en Profesorado de Educación General Básica y estudiante de Psicopedagogía en la Universitat Oberta de Catalunya (UOC). Formadora permanente de maestros y profesores de matemáticas y Docente de cálculo mental y geometría a nivel de infantil y primaria. Miembro del Grupo de Investigación PREMAT (Resolución de Problemas y Educación Matemática) Líneas de investigación: El pensamiento matemático avanzado y Resolución de Problemas, juego y matemáticas. Edelmira_badillo@yahoo.es

Baeza Toro, Mirian. Profesora de Educación General Básica, Licenciada en Educación, Estudiante de Doctorado en Didáctica de las Matemáticas en la Universidad Autónoma de Barcelona. Miembro del Grupo de Investigación PREMAT (Resolución de Problemas y Educación Matemática). Actual línea de investigación: Resolución de Problemas, juego y matemáticas.