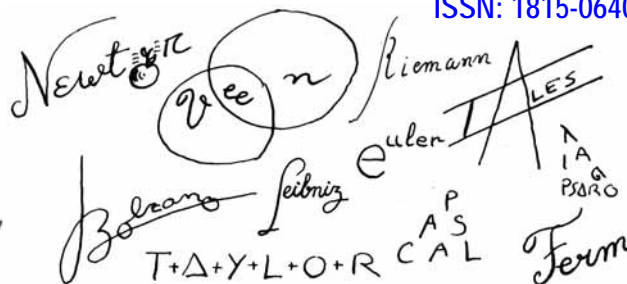


*firma invitada*



## Matemáticas en el siglo XX: abstracción y utilidad <sup>1</sup>

*Efim Zelmanov*

Me siento muy feliz y emocionado por haber sido distinguido con el “Doctorado Honoris Causa” por la Universidad de Oviedo. He disfrutado, durante muchos años, de una profunda y fructífera colaboración científica con esta Universidad y una estrecha relación humana con algunos de sus miembros, que espero continúe del mismo modo.

Hoy tengo la ocasión de dirigirme a una audiencia no sólo matemática, por lo que compartiré algunos pensamientos, bastante generales, sobre la naturaleza de nuestra ciencia.

Desde la antigüedad, las matemáticas se han caracterizado por una doble vertiente, dos aspectos inseparables que se sostienen mutuamente. El primer aspecto ha sido su permanente voluntad de respuesta a los desafíos tecnológicos del momento. En un principio estos retos se reducían a medidas de terrenos, construcción, navegación, etc. Entonces las matemáticas sirvieron para suministrar un lenguaje adecuado para expresar las leyes de la naturaleza. Esta aplicación condujo al cálculo y al análisis. Las matemáticas han continuado aplicándose a un número siempre creciente de áreas: teoría de la comunicación (álgebra), imágenes médicas (análisis armónico) y finanzas (procesos estocásticos).

Pero existe otra vertiente: la demostración. Con un punto de humildad la he relegado al segundo lugar, aunque la demostración es el alma de las matemáticas.

En las ciencias experimentales el criterio de verdad se basa en la repetición del experimento. En matemáticas existe un concepto de demostración bien establecido, que se ha mantenido en su esencia durante los últimos dos mil (2000) años. Ha habido ajustes y discusiones sobre el concepto a lo largo de estos años, pero es sorprendente lo poco que ha variado.

Este aspecto es cercano a las artes. Es difícil ver ninguna utilidad práctica en el quinto postulado acerca de las rectas paralelas o en la búsqueda de soluciones por

<sup>1</sup> Discurso leído por el autor el 28 de marzo de 2008, con ocasión de su investidura como *doctor honoris causa* por la Universidad de Oviedo (España).

radicales en una ecuación polinómica de grado cinco. Los matemáticos lo hicieron fundamentalmente persiguiendo la belleza. Las matemáticas son un extraño arte, más elitista que la música o la escultura. Son también el arte mejor financiado, porque son inseparables de su utilidad, acerca de la que he hablado anteriormente.

En mi conferencia hablaré sobre dos encrucijadas que tuvieron lugar en el siglo veinte.

- (i) Al comienzo del siglo, las matemáticas se hicieron más y más abstractas. Este hecho generó el sentimiento y la preocupación de que las matemáticas se habían encerrado en si mismas y estaban perdiendo sus lazos de apoyo al mundo real.
- (ii) Después del importante papel desempeñado por las matemáticas en la Segunda Guerra Mundial y en la posterior carrera de “brazos y tecnología”, los gobiernos de los países desarrollados concluyeron que las matemáticas son, en efecto, útiles. Esta tendencia está siendo reforzada actualmente por la impactante eficiencia de los matemáticos en las tecnologías de la información y las finanzas. Como consecuencia, las matemáticas gozan de un nivel de apoyo público sin precedentes. Las universidades se han extendido de modo espectacular y los estudiantes son animados a seguir cursos de matemáticas. De hecho en Estados Unidos, las matemáticas y la enseñanza de las matemáticas han llegado a ser “una producción de masas”

Hablemos de la primera encrucijada. Como hemos dicho, en la primera mitad del siglo veinte las matemáticas se volvieron abstractas. Nuevas estructuras algebraicas cristalizaron (grupos, anillos, etc.) seguidas por variedades, haces, homologías..., y toda la matemática se vio a través del prisma de estos conceptos. Además, estos conceptos (en palabras de Poincaré) se convirtieron en una gran fuerza unificadora: diferentes áreas empezaron a tener un aspecto similar, a no parecer tan diferentes. Áreas sintéticas como Geometría Algebraica o Topología Algebraica empezaron a florecer.

La exposición matemática pasó a ser axiomática. Significa que si alguien quiere estudiar un objeto, i) elige las propiedades importantes de este objeto en las que se quiere concentrar, ii) formula estas propiedades como axiomas, iii) estudia todos los objetos que satisfacen esos axiomas. De este modo, una vez que se ha ignorado todo lo que es irrelevante en ese momento, la exposición se hace directa y suave.

La comunidad matemática fue seducida. Algunas mentes pueden incluso haberse desorientado al creer que las matemáticas no son más que el estudio de varios axiomas. Grandes nombres de las matemáticas (por ejemplo Herman Weyl) expresaron su reserva y preocupación.

Con el tiempo se vio que el método axiomático es un gran modo de presentar el tema. Si se elige un sistema relevante de axiomas se puede terminar con grandes resultados. Si se eligen axiomas irrelevantes, se terminará con una teoría vacía.

El proceso de abstracción vino del interior de las matemáticas, no fue sugerido por ningún reto externo (los retos y aplicaciones que lo podían haber sugerido vinieron más tarde).

A comienzos del siglo veinte el volumen de investigación matemática creció y se diversificó. Einstein explicó en una ocasión las razones de su elección de física y no de matemáticas. En física podía sentir todo el tema bajo control, mientras una estrecha área de matemáticas podía consumir su vida entera.

Algo tenía que hacerse al respecto. Si la selva crece demasiado poblada, hay que mirar a las raíces y no a las hojas. El proceso de abstracción contribuyó a poner la casa en orden antes de seguir avanzando.

Es curioso que, puesto que estas nociones abstractas fueron diseñadas específicamente para tratar con sistemas complicados, encuentran aplicaciones cuando tenemos que trabajar con sistemas igualmente complicados, como los que vienen de Internet o de las Comunicaciones. Volveré luego sobre estas ideas.

Hablemos sobre el segundo punto crucial en la historia de las matemáticas, que ocurrió durante la Segunda Guerra Mundial.

Los esfuerzos criptológicos de los equipos de matemáticos, especialmente organizados al respecto, jugaron un papel esencial en el éxito aliado (ver "La segunda guerra mundial" de W. S. Churchill).

Los proyectos nucleares en USA y en la URSS también tuvieron importantes componentes computacionales y matemáticas.

Notemos que la práctica ausencia de ordenadores en este momento hizo que las matemáticas jugaran un papel aún más importante.

El cambio resultante de actitud por parte de los matemáticos se debió a una generación de matemáticos que incluyó, entre otros, a von Neumann, Turing y Kolgomorov.

Entre los ejemplos contemporáneos de este tipo mencionaré las llamadas "asesorías matemáticas de inversiones", tales como "Tecnologías del Renacimiento" o la fundación D. E. Shaw, gigantes matemáticos IT (de Tecnologías de la Información) tales como Google y la contribución de los matemáticos a la seguridad.

El fundador de Tecnologías del Renacimiento, Jim Simons, es un notable geómetra diferencial, con credenciales académicas estelares. No hace ningún secreto del hecho de que sus decisiones financieras descansan en complejos modelos matemáticos. Lo mismo puede decirse acerca de David Shaw, licenciado

en matemáticas por la universidad de San Diego y doctor en informática por Stanford.

Estas asesorías contratan fundamentalmente brillantes jóvenes doctores en matemáticas, informática o física, independientemente del área de su tesis. Durante los últimos años, éstas han sido las asesorías de inversiones con mejores resultados.

Todo aquel que usa la maquinaria Google de búsqueda (lo que hoy en día significa todo el mundo) obtiene muchas páginas de referencias web. El orden en que se listan estas referencias es crucial. Para una pequeña firma, la diferencia entre aparecer en la página dos o hacerlo en la página cincuenta es la diferencia entre prosperidad y muerte, pues nadie llega a la página cincuenta.

El método que se usa en Google para hacer este orden se basa en profundos teoremas matemáticos, en absoluto triviales.

Unas palabras acerca de la investigación en teoría de la comunicación, que se ha convertido en uno de los principales viveros de aplicaciones matemáticas. Cada vez que usamos el teléfono móvil, un CD o un DVD estamos usando códigos correctores de errores y cada vez que usamos una contraseña para entrar en el correo electrónico o en la cuenta bancaria, usamos álgebra y teoría de números. Hablando de seguridad de comunicaciones, la Agencia Nacional de Seguridad de los Estados Unidos, se ha convertido en el mayor contratador de especialistas en álgebra, Teoría de Números y Combinatoria.

Algunas conclusiones de estos ejemplos. La primera es que no existen áreas de las matemáticas intrínsecamente puras o aplicadas. Los métodos matemáticos más abstractos son útiles para tratar con sistemas que tienen un grado de complicación comparable, como son los que aparecen en la Investigación relacionada con Internet o con comunicaciones.

La separación entre matemática pura y aplicada, vigente durante buena parte del siglo veinte, está superada.

Otra observación. Debido al éxito de las generaciones previas de matemáticos y a los ejemplos mencionados, las matemáticas gozan de un gran prestigio en la sociedad. La gente tiende a creer lo que se supone ha sido confirmado matemáticamente. Para conservar este prestigio y nivel de apoyo, la comunidad matemática debe ser vigilante. El uso de las matemáticas para apoyar teorías especulativas no es tan inocente.

El resurgimiento de las matemáticas en la imagen pública coincidió con una expansión sin precedentes del sistema universitario. Parece que estamos en el camino de la educación universitaria universal. Y en Estados Unidos todos los estudiantes siguen cursos de cálculo (que por cierto es nuestro "pan y mantequilla").

A menudo escucho la pregunta: ¿Por qué son tan difíciles las matemáticas? Las matemáticas constituyen un tema antiguo, que ha sido enseñado durante dos mil años y siempre ha sido difícil. No existe ningún modo milagroso que no envuelva trabajo duro y ciertas habilidades. Ahora las matemáticas se enseñan a cientos de millones de estudiantes.

Imaginemos que se descubre que el violín puede ser útil y todo el mundo debe aprender a tocar el violín. Algunos lo harán y algunos lo harán hasta cierto punto.

Los esfuerzos por mejorar la enseñanza de las matemáticas y la investigación en educación matemática son ahora más importantes que nunca. ¡Pero no esperemos milagros! Siempre serán difíciles.