Diciembre de 2008, Número 16, páginas 157 - 168
ISSN: 1815-0640

Vivencias, intuiciones y emociones matemáticas

Pedro Buendía Abril

Resumen

La matemática es parte de tu forma de pensar y de ser. Nuestro pensamiento tiene que revolotear libremente como una mariposa en el jardín de los números y en el paisaje de las formas. En "Mete el lápiz y saca el metro" se propone construir el edifico de la medida. En "El uno, el todo y la parte" pensamos el uno en la vida y hacemos operaciones con las manos utilizando objetos sobre plantilla de cartulina... Y en "El paisaje de las formas" formamos un rectángulo humano, buscamos las esencias del cálculo de superficie y del volumen, y redescubrimos las fórmulas de áreas y volúmenes con experiencias sencillas.

Abstract

Maths is a way of thinking and being. Our thought has to fly freely like a butterfly in the garden of the numbers and in the landscape of the geometric. "Hide the pencil and take out the tape measure". It tries to build the building of the measure. "In the number one, in the everything and in the part". We link the number one to life and we make sums with the hands using objects in cardboard template... And in the landscape of the geometric we make a human rectangle. We look for the most important thing of the surface and volume calculation. And we rediscover the formulae of areas and volumes with simple experiences.

Introducción

¿Qué es Matemática? Matemática eres tú, la matemática es parte de tu forma de pensar y de ser. Todos llevamos un matemático dentro que crece y crece, cuando encuentra un ambiente propicio donde no se enjaule el pensamiento entre barrotes de fórmulas sin alma. Nuestro pensamiento tiene que revolotear libremente como una mariposa en el jardín de los números y en el paisaje de las formas.

Para practicar esta metodología de trabajo en la educación matemática tenemos que vivir intuiciones y emociones en un Taller Matemático, en el que disfrutaremos de experiencias que enlacen "las matemáticas de las manos" con "las matemáticas de la mente".

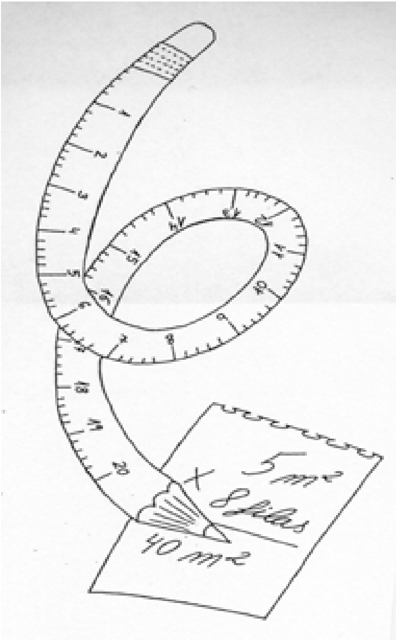
La propuesta de trabajo para el Taller viene en forma de carta matemática:

Queridos/as amigos/as:

Alrededor de mi cabeza gira una nubecilla de palabras: conciencia, natural, esencia, sencillez, intuición, emoción, pasión, alegría, fiesta, creatividad, valores, animación…
Entiendo que el triángulo Matemáticas-Creatividad-Educación en Valores es un todo integrado en torno a la Animación, capaz de estimular en los aprendices la conciencia de su ser matemático, favorecer sus procesos de inteligencia creadora y mejorar sus relaciones con el mundo y con los seres que lo habitan.
De esta manera contribuiremos a desarrollar la competencia de la alfabetización matemática enamorando cada vez a más y más aprendices de este saber.
Y quiero que sintamos juntos la emoción de la aventura por los paisajes del Universo Matemático, animando a los estudiantes, en un ambiente festivo de alegría y bullicio, al experimentar con las medidas, los números y las formas.
Un fuerte abrazo y números cordiales.

A continuación se proponen unos guiones de trabajo con algunas experiencias a modo de orientación, que se podrán adaptar a distintos niveles educativos, unas en educación primaria de seis a once años, y otras en educación secundaria de doce a dieciséis años, o bien en educación de adultos, en búsqueda permanente de nuevas vivencias matemáticas, en torno a medidas, números y formas.

Medidas: “Mete el lápiz y saca el metro”



Vamos a construir el edificio de la medida. La expresión “Mete el lápiz y saca el metro”, el lápiz, un símbolo de “aprendizaje más teórico”, y el metro, un símbolo de “aprendizaje más práctico”, quiere llamar la atención sobre lo importante que es empezar haciendo experiencias reales tomando medidas en primer lugar, para no hacer cuentas en el vacío. Las siguientes experiencias nos pueden ayudar a practicar una metodología capaz de favorecer el aprendizaje por descubrimiento.

1. **Hacemos un metro decímetro a decímetro con cañitas de refrescos.**

Metemos sobre un hilo de metro diez cañitas de refresco de un decímetro, de una en una, combinando dos colores diferentes. Tomamos medidas en el entorno y en nuestro cuerpo. Podemos crear figuras geométricas planas, y también en volumen. Y hasta nos puede servir de modelo para ver la intersección de planos…

2. **Construimos el "Edificio de la medida":**

- **La primera piedra: el metro.** Lo situamos sobre el suelo.
- **El solar de metro cuadrado.** Desplegamos un cuadrado de papel de un metro de largo y un metro de ancho para cubrir el solar de metro. Lo ideal es que el cuadrado de papel esté cuadriculado en trozos de decímetro cuadrado. Así vemos que el solar de metro está compuesto de diez filas con diez decímetros cuadrados en cada una.
- **La casa de metro. El cajón de metro. El metro cúbico humano.** Levantamos un metro sobre el suelo, bien con varillas de plástico o madera, o bien desenrollando verticalmente cada uno de los cuatro metros que colocamos previamente sobre cada una de las esquinas del solar. Acabamos de delimitar un espacio de metro cúbico. Podría ser una casita o un cajón, por ejemplo. Para seguir conociendo el espacio también podemos formar un metro cúbico humano, entre cuatro personas, sentadas unas frente a otras sobre cuatro sillas, y extendiendo sus brazos para abrazar el metro cúbico al mismo tiempo que se abrazan entre sí, y respiran el aire de su interior.
- **La caja de litro.** Es más grande de lo que parece. Si colocamos una botella de vidrio de un litro llena de agua, junto a una caja de cartulina de un decímetro cúbico, nos da la sensación de que se van a llenar unas dos cajas. La manera de salir de dudas es comprobar si el agua entra de verdad en la caja. La impermeabilizamos con una bolsa de plástico, y nos admiramos al ver ¡cómo se produce el milagro y el litro entra increíblemente en su caja como no podía ser de otra manera! Ahora la situamos sobre uno de los cuadrados de decímetro de lado del solar de metro; y por comparación, de un simple vistazo, percibimos que entran mil cajas de litro en el cajón de metro. Si le ponemos nueve tabiques de cartulina conseguimos dividir la caja en 10 decilitros. El café o la manzanilla por ejemplo la tomamos en vasitos de decilitro. Si partimos cada uno de estos apartados en 10 tubos ya tenemos el centilitro, que coincide con el contenido de una cucharada sopera, por ejemplo. Cada uno de estos tubos, a su vez, lo podemos rellenar con 10 cajitas de centímetro cúbico, o mililitro.
- **La cajita de garbancito, también llamada centímetro cúbico y mililitro.** Con papel milimetrado es muy fácil montar una cajita de centímetro cúbico, llamada así por sus medidas, un centímetro de larga por un centímetro de ancha y por un centímetro de alta. Colocando esta cajita junto a la caja de litro adivinamos fácilmente que entran mil cajas, por eso se llama mililitro, porque hacen falta mil cajitas para rellenar la caja de litro. Y también podemos practicar una sencilla experiencia que consiste en introducir un garbanzo dentro de esta caja, comprobando que encaja perfectamente, y seguramente le ayudará a la mente a tener una buena referencia a la hora de recordar esta

medida. Si le sacamos el garbanzo y la llenamos con agua destilada fresca a cuatro grados de temperatura, podemos hacer otra sencilla experiencia que consiste en vaciarla en la palma de la mano ¡para notar el frescor de un gramo de agua!

3. **Ahora continuamos con dos pruebas pasadas por agua:**

- **¿Flotará o se hundirá?** La experiencia consiste en sopesar un paquete de 500 hojas DIN A4, y emitir un juicio de si flotará o se hundirá, según la sensación que nos dé al tacto. Después hay que comprobar lo que ocurre realmente echando el paquete plastificado, para que no se estropeen las hojas, en un recipiente con agua. Una buena explotación didáctica de esta situación consiste en hacer cálculos con los datos que hay en el letrero del paquete de hojas buscando una explicación de lo observado en función de la comparación de las densidades del agua y el papel.
- **Números bajo la lluvia.** Esta experiencia es mejor hacerla si realmente está lloviendo. Supongamos que llueve aproximadamente con una intensidad entre fuerte y moderada. Si mostramos un bote sin tapadera de unos diez centímetros de alto y preguntamos ¿cuánto tiempo tardará más o menos en llenarse si lo ponemos bajo la lluvia?, las respuestas por tanteo suelen ser generalmente: cinco minutos, un minuto, diez minutos, media hora, dos minutos… Nos espera una gran sorpresa cuando pongamos el bote bajo la lluvia y comprobemos que no se llena tan rápido como esperábamos. Ahí es donde empieza la situación a ponerse interesante, es justo el momento adecuado para buscar explicaciones matemáticas al “extraño fenómeno del bote que no se quiere llenar tan rápido como suponíamos”, es el momento idóneo para “escurrirle números al agua”.

Números: “El uno, el todo y la parte”

El uno, la primera piedra de este edificio, el rey de los números, parece la foto del dedo índice, que ha levantado un niño para decir que tiene un añito. Los dedos de las manos son la herramienta más cercana que tenemos para calcular. Las experiencias de manipular objetos de nuestro entorno, botellas y vasos con agua, platos con almendras…, nos van a permitir juntar, separar, repetir y repartir números. Doblando una simple hoja de papel estamos tocando el todo y la parte de los números fraccionarios. Dichas experiencias están situadas en los primeros peldaños de una escalera que sigue con la representación en dibujos, esquemas y modelos, y con el paso de los años llega al rellano de la abstracción de los números.

1. **Pensando el uno en la vida**. La lección de los números podría empezar pensando el uno en la vida y diciendo o cantando: un niño, una niña, un sol, una luna, una alfombra, un caramelo, un gato, un pájaro, una paloma de la paz, una sonrisa, un recreo, un bocadillo, un vaso de agua, un lápiz, un libro, una canción, un sueño…

2. **Asociamos los números a las cosas del entorno.** El nacimiento de los números en la mente de un aprendiz está ligado a su mundo: 1 nariz, 2 ojos, 2 manos, 5 dedos en cada mano, 4 personas de familia, 4 patas de la mesa, 6 sillas, 7 flores en la maceta, 3 tazos… Pensar en "unos compactos", irrompibles, como una bicicleta o una persona, y "unos frágiles", que se pueden fraccionar como un queso o una naranja, ayuda a reforzar el cimiento del edificio de los números.

3. **Practicar "el sano deporte del cálculo mental".** El tanteo es una herramienta muy poderosa que tiene la mente para decir "este resultado no puede ser, es un verdadero disparate", o bien "estoy de acuerdo, pues más o menos debe dar eso". Pienso que es muy conveniente utilizar la calculadora en combinación con el cálculo mental.

4. **Expresión plástica del número 111**. El "1" verdadero y el "1" más mentiroso cuanto más a la izquierda está situado. Podemos utilizar diversos materiales: cromos, canutillos de refrescos, almendras... Si hacemos la experiencia con almendras, debemos preparar once platos pequeños con diez almendras en cada uno y dejaremos una almendra suelta. Colocaremos esta almendra que se corresponde con el 1 verdadero, a su izquierda un plato con diez almendras, que se corresponde con un 1 que ya nos engaña porque no es una almendra sino un plato con diez almendras, y más a la izquierda un cubo lleno con diez platos de diez almendras en cada uno, que se corresponde con otro 1 que nos miente 100 veces… Esta experiencia ayuda a ver muy claro desde el principio el valor posicional de los números en base diez.

5. **Hacemos "sumas" y "restas", con las manos, tocando almendras sueltas (unidades) y platos con almendras (decenas), sobre plantilla de cartulina.** *"...Ninguna instrucción sobre las reglas de aritmética puede ser realmente valiosa a menos que se haya revelado el proceso a los estudiantes a través de numerosos ejemplos concretos"* (pág. 222 de Didáctica de Matemáticas de A. Orton). Si juntamos por ejemplo 28 almendras (2 platos a la izquierda y 3 almendras sueltas a la derecha), con 15 almendras (1 plato y 5 almendras sueltas), todo esto colocado sobre dos filas en la plantilla de cartulina, vemos claramente que al juntar las almendras sueltas de la derecha, 8 y 5 llenan 1 plato y sobran 3 almendras, y que ese plato lo juntamos con los otros 3 y tenemos 4 platos llenos. Así podemos entender el verdadero significado del algoritmo: "8 y 5 son 13, anoto 3 y me llevo 1 (un plato lleno con una decena)", que lo junto con los otros 3 platos. Ahora vamos a usar este modelo para la resta. Para quitar por ejemplo 4 almendras sobre un total de 23 almendras, lo podemos hacer mentalmente para empezar y ya sabemos que son 19. Si lo queremos calcular con el modelo, tenemos que replegar la cartulina a una sola fila y así tomamos conciencia del significado de una resta, que es la existencia

de una sola cantidad, de la que tenemos que quitar algo. Al intentar quitar 4 almendras sufrimos la sensación de que no podemos hacerlo, como mucho podemos quitar 3 almendras. Y vemos claro que una posibilidad es vaciar un plato, así ya tenemos 13 almendras en la parte derecha de la plantilla, de donde podemos coger tranquilamente 4 y nos quedan 9. A la izquierda de la plantilla nos queda un plato, por tanto nos quedan 19 almendras. Acabamos de conectar con el significado del algoritmo.

6. **Rellenamos con almendras las tablas de multiplicar. La esencia de las veces de las cosas.** Un modelo de tabla de cartulina de 10 por 10 cuadrículas (de 2,5 cm por 2,5 cm cada cuadrícula), nos sirve para construir todas las tablas de multiplicar rellenándolas por ejemplo con almendras o bien con piedrecitas, y así entrar en el significado de una multiplicación, descubriendo que la esencia está en ir completando filas.

7. **Hacemos divisiones con las manos, repartiendo platos de almendras.** Si repartimos por ejemplo 57 almendras (5 platos de 10 almendras y 7 almendras sueltas) entre dos personas podemos ver claramente que le tocan en principio 2 platos a cada una. Pero es ahora cuando surge el problema puesto que queda un solo plato. Se resuelve vaciando el plato, y así conseguimos tener 17 almendras, que repartimos entre las dos personas tocando a 8 almendras para cada una, y hasta se ve que queda 1 almendra de resto.

8. **Fracciones pasadas por agua. La suma de un medio y un cuarto de litro.** La experiencia consiste en llenar un vaso grande de “medio litro”, y un vaso pequeño de “cuarto litro”. Si planteamos sumar ambas cantidades, lo primero que podemos hacer es utilizar un mismo tamaño de vaso, lo más cómodo es vaciar el vaso grande en dos pequeños, así conseguimos tener una sencilla suma de 2 vasos y 1 vaso, que son 3 vasos pequeños. Una vez que hemos sumado la fracción pasada por agua, la podemos hacer doblando papel, la hoja representa el litro, la media hoja el vaso de medio litro y la cuarta parte de la hoja es el vaso pequeño de cuarto de litro. El aprendiz ya se encuentra preparado para hacer esta suma con papel y lápiz, reduciendo a común denominador, y controlando en cada paso el algoritmo, “aprendiendo matemáticas de las manos a la cabeza” pasando por el papel y el lápiz.

9. **La potencia de un saco de trigo o “cómo entender intuitivamente que cualquier número elevado a cero es uno”.** Imaginemos un agricultor que tiene un saco de trigo cuyo rendimiento es de 3 sacos. Si lo siembra cuando haya pasado 1 año recoge 3 sacos (3^1 año = 3 sacos), si vuelve a sembrar cada uno de esos 3 sacos consigue 9 sacos al cabo del segundo año (3^2 años = 9 sacos), y así sucesivamente en el tiempo adelante. ¿Y ahora mismo, en el “año cero”, ahora que todavía no ha sembrado el saco porque no ha pasado el tiempo, cuántos sacos tiene? Evidentemente la intuición nos dice que tiene el saco (3^0 años = 1 saco). Y para verlo más claro en el transcurso del tiempo, nos podemos preguntar cuánto trigo sembraría el año anterior, y llegamos a la conclusión fácil de saber que tuvo que sembrar la tercera parte del saco (3^-1 año = 1/3 sacos). Y dos años atrás en el tiempo se ve muy claro que tuvo que sembrar la tercera parte de la tercera parte del saco (3^-2 años =

1/9 sacos) Y así sucesivamente en el tiempo atrás. El modelo del saco sirve para ver claro eso de que cualquier número elevado a cero es uno, por lo menos cuando la base de la potencia es positiva.

10. **Resolver problemas tomados de la vida real, sacados de su casa, de su escuela, de su entorno y de la vida.** Los números están en todas partes, en los bosques, en el campo, en la huerta y en la ciudad, en lo natural y en lo inventado, en las plantas y en los animales, en las nubes, en los torrentes, en los ríos, en los lagos y en el mar, en el sol y en la sombra, en los alimentos y en los excrementos, en los jardines y en los basureros, en la lluvia y en el viento, en la tierra, en el fuego, en el agua y en el aire... Los números corren al ritmo de las cosas que se mueven, con las bicicletas, los coches, los trenes y los camiones, nadan con los peces, navegan con los barcos, vuelan con los aviones, los cohetes y los pájaros... Los números están en el cuerpo, nos salen del corazón a un ritmo medio de 60 a 80 pulsaciones por minuto, los notamos en la presión arterial del torrente sanguíneo, y están en el aire que respiramos... Con la cantidad de números que nos ofrece la vida no tiene mucho sentido abusar de las cuentas con números sin acompañante, solitarios, con números huérfanos sin apellidos de cosas, con números carentes de significado. Hacer números en el vacío, hacer operaciones amasando números mecánicamente no tiene mucha gracia por no decir ninguna, a no ser que estemos haciendo un entrenamiento para aprender la mecánica de las operaciones, pero de ninguna manera antes de haber digerido muy bien el significado de cada una de ellas: la suma, la resta, la multiplicación, la división... Sumar, restar, multiplicar y dividir caramelos para endulzar el aprendizaje, calcular nuestros espacios tanteando y midiendo la clase y el patio de recreo para saber dónde nos movemos, hacer números a nuestros movimientos para tomar el pulso a nuestro ritmo de vida, escurrirle números al agua para saber los litros que caen por metro cuadrado en cada lluvia, medirnos la sombra cuando salimos a tomar el sol para descubrir la proporcionalidad geométrica… es escurrirle números a la vida.

11. **Saboreamos un “postre de frutos secos”.** Llegar un día a clase con un montón de 6 nueces, 9 cacahuetes y 12 pistachos, por ejemplo, e invitar a los estudiantes a repartirlos en el mayor número de postres posible, sin que quede nada sin repartir, que los postres sean iguales entre sí, y sin poder partir ningún fruto, es una experiencia bastante interesante. No siempre sale bien a la primera, y eso es lo bueno porque estimula el pensamiento. Cuando conseguimos por fin el reparto equilibrado, en este caso concreto con 3 postres de 2 nueces, 3 cacahuetes y 4 pistachos en cada uno de ellos, es el momento de hacer la descomposición factorial de cada una de las tres cantidades de frutos que había en el montón inicial, y descubrir el máximo común divisor, en esta situación. Después nos comemos los frutos para terminar con buen sabor de boca. Y también nos podemos beber unos decilitros de zumo para seguir aprendiendo de forma agradable las medidas en una situación real. ¡Buen provecho!

Formas: “El paisaje de las formas” y “Lo redondo y el pi”

La observación de las formas en el entorno cercano, en el mundo y en la vida nos abre las puertas de la Geometría. Recortar triángulos, rectángulos y círculos, trocearlos y recomponerlos de diferentes maneras a modo de rompecabezas, ayuda a entender la esencia de las formas en dos dimensiones. Construir, rellenar y comparar cuerpos geométricos de tres dimensiones son experiencias básicas para aprender Geometría de una forma natural y atractiva.

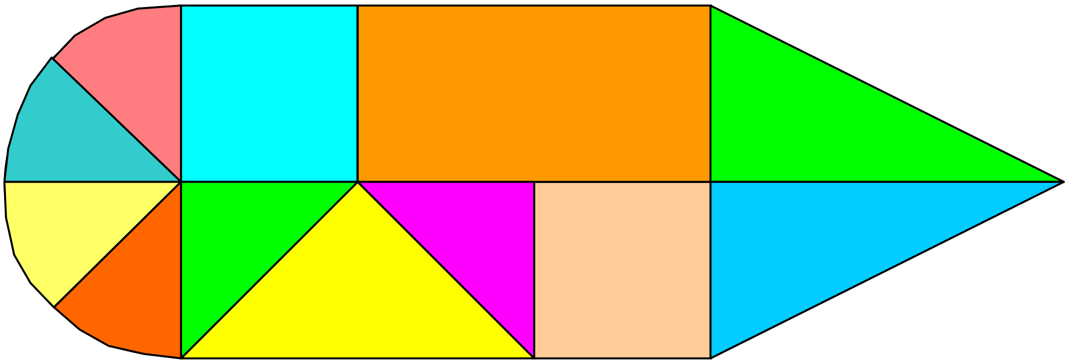
1. **El árbol de la esencia de las formas: rama plana y rama voluminosa.** El árbol de la esencia de las formas hunde sus raíces en lo natural y en lo inventado, transformando la savia bruta de las formas en savia elaborada de formas geométricas. Podemos dibujar nuestro árbol para decorar la clase.

2. **El “rectángulo humano” de 6 personas.** Análisis de posibles expresiones:

    - 3 filas por 2 personas.
    - 2 filas por 3 personas.
    - 3 personas por 2 personas.

    La experiencia consiste en observar un rectángulo humano desde tres puntos de vista estratégicos. Hay dos puntos de vista que no ofrecen ninguna dificultad, los que están frente a un lado o frente al otro; estos puntos de vista ven filas. Pero el punto de vista que observa el rectángulo desde una esquina es más difícil, pues ve dos personas si la vista se le va por un lado y tres personas si se le va por el otro. Esta experiencia nos permite descubrir intuitivamente que la esencia del cálculo de superficie está en las filas.

3. **Jugando con las formas.** Combinamos las piezas para hacer una figura global prevista, y después la deshacemos para crear nosotros otras diferentes. Con unas piezas de cartulina, madera o cualquier otro material, como por ejemplo, las que se muestran en la siguiente figura, podemos combinarlas de diferentes maneras sobre una plantilla base hasta conseguir encajarlas en ese contorno, a modo de puzzle con varias soluciones. Y también podemos quitar la plantilla para construir otras composiciones, más por libre. En cualquier caso se puede establecer algún tipo de criterio como que se toquen las piezas al menos en un punto, o que se toquen en un lado… o bien intentar conseguir un perímetro mínimo o máximo… Jugando con las formas se fomenta la creatividad, aprendemos geometría y disfrutamos de la belleza geométrica.



4. **La esencia del cálculo de la superficie: el átomo de la superficie y la fila de la orilla.** Construimos un modelo de cartulina: la calculadora de superficie. Un sencillo modelo de cartulina ayuda al aprendiz a descubrir la fórmula del cálculo de la superficie del rectángulo. Recortar y tocar un cuadrado, por ejemplo de un centímetro de lado, te hace tomar conciencia del "uno" de la superficie, en ese caso particular. Al desplazarlo a lo largo de una fila descubres la superficie de la orilla, a lo largo del rectángulo. Y al desplazar la fila de la orilla a lo ancho de ese rectángulo, estás descubriendo toda la superficie del rectángulo, según el número de veces que se repite la fila. Acabas de entrar en el auténtico significado de la fórmula del área del rectángulo.

5. **La esencia del cálculo del volumen: el átomo del volumen, la fila voluminosa de la orilla y la capa de abajo.** La experiencia consiste en modelar dados de plastilina de un centímetro cúbico, entre las yemas de nuestros dedos para construir en grupo un cuerpo geométrico estratificado en capas. Como en la experiencia anterior, se trata de poner a los aprendices en situación para que descubran la esencia del cálculo del volumen al construir su "pequeño edificio del volumen", poniendo una primera piedra que es el "átomo del volumen", y continuando su construcción a lo largo de la fila voluminosa de la orilla, la capa o piso de abajo y el resto de las capas.

6. **Formamos un redondel humano con triángulos de colores.** Esta experiencia tiene una connotación intercultural. Primero preparamos unas piezas de cartulina, que podemos considerar triángulos curvos, con dos lados rectos más largos, y un lado curvo más corto. Una manera sencilla de prepararlo es juntando un cuadro con cuatro cartulinas de diferentes colores, y trazando un gran redondel desde donde se unen los cuatro vértices de las cartulinas. Si dividimos la circunferencia en veinte partes, conseguiremos veinte piezas de cuatro colores diferentes. Una propuesta interesante es que cada miembro del grupo lleve una pieza en la mano, y todos se vayan acercando cada vez más hasta formar un círculo de colores. Y ahora es el momento preciso en el que podría sonar una música ambiental agradable que

invitara a darse un gran abrazo colectivo alrededor del círculo. Es una muy buena ocasión para conectar las Matemáticas con la Educación en Valores. Y podemos seguir jugando con las formas transformando este círculo en dos filas iguales de triángulos, una frente a otra, que parecen “la dentadura abierta de un cocodrilo”. Y si le cerramos la dentadura al cocodrilo estamos descubriendo la fórmula de la superficie del círculo a partir de la del rectángulo.

7. **Si no te acuerdas de la superficie del círculo “no te preocupes, sé feliz”.** De entrada no parece nada pedagógico este consejo. La siguiente experiencia quiere demostrar su valor didáctico. En realidad, si un alumno ha aprendido la superficie del círculo solamente de memoria sí debería estar preocupado y muy preocupado. Pero la siguiente experiencia es una alternativa para descubrir la superficie del círculo, y así poder recordarla con memoria inteligente. Se propone empezar la experiencia con un cuento: *“Había una vez un carpintero, hace mucho tiempo, que hacía mesas de tablero rectangular. Para calcular lo que tenía que cobrar por el tablero multiplicaba el largo por el ancho. Hasta que un día llegó un caprichoso y le encargó una mesa redonda. A la hora de cobrar multiplicó el largo (diámetro) por el ancho (diámetro) y… ¡se había pasado por las cuatro esquinas! Tuvo que ingeniarse otra manera de hacer los cálculos, estaba harto de pasarse y acabó multiplicando el radio por el radio, obteniendo la tabla cuadrada del radio. Y, por tanteo, a ojo de buen carpintero, pensó que era justo cobrar tres tablas cuadradas del radio”.* Pero para afinar el tanteo del carpintero, nosotros podemos utilizar una sencilla balanza, poner en un platillo un redondel de cartulina que representa el tablero redondo, y en el otro platillo vamos echando las “tablas del radio”, del mismo gramaje de cartulina. Como no se equilibra con las tres tablas, cortamos la

cuarta tabla de cartulina en diez trozos, y probamos a echar uno de los trozos, y casi se equilibra; ya vamos por 3,1 tablas. Volvemos a cortar uno de los diez trozos en otras diez partes, echamos cuatro de éstas en el platillo, y se produce el equilibrio. ¡Acabamos de sacar dos decimales al número pi! Si un aprendiz ha participado en el cuento del carpintero y ha pesado el número pi, jamás de los jamases se deberá preocupar si no se acuerda de la superficie del círculo porque siempre la podrá recordar con memoria inteligente. Una buena música para ambientar esta reflexión pedagógia es “Don’t worry, by happy”.

8. **Hacemos prismas, pirámides, cilindros y conos de cartulina.** Los forramos con papel milimetrado para descubrir las fórmulas de sus áreas, observando su descomposición plana. En el prisma vemos las dos bases y tantos rectángulos laterales como lados tiene cada una de sus bases. En la pirámide vemos su base y los triángulos de sus caras laterales. En el cilindro vemos dos círculos iguales y un rectángulo cuyas dos medidas para el cálculo del área son la longitud de la circunferencia de la base y la altura del cilindro. En el cono vemos el círculo de su base y otra pieza que podemos considerar un triángulo de lado curvo de longitud la de la circunferencia de la base, y altura la generatriz del cono. Y los rellenamos de arroz o de garbanzos por ejemplo, para experimentar con sus volúmenes. Si comparamos un prisma y una pirámide, o bien un cilindro y un cono, que tengan la misma base y la misma altura, podemos comprobar experimentalmente que necesitamos el volumen de tres pirámides para rellenar un prisma, o bien tres conos para rellenar un cilindro. Lo bueno de esta experiencia es que suele sorprender al aprendiz puesto que al ver la pirámide junto al prisma, o bien el cono junto al cilindro, piensa por tanteo “a ojo de buen cubero” que hacen falta sólo dos pirámides para llenar el prisma, o bien dos conos para llenar el cilindro. Esta experiencia le sirve de base para recordar en el futuro con memoria inteligente que todas las fórmulas de los volúmenes de los cuerpos geométricos “que empiezan en algo” y “terminan en punta, en un punto, en nada”, se dividen entre tres.

9. **Construimos un enjambre de conos y experimentamos con una naranja.** La unión de muchos conos pequeños de cartulina, mejor si es de color naranja (de una altura de unos 4 o 5 centímetros), desde la base al vértice, por la generatriz, utilizando clips para enlazar, tiende a formar una esfera del tamaño de una naranja aproximadamente. Con la imaginación podemos intuir que la esfera está formada por muchísimos conos. Si ahora le damos un corte a una naranja de verdad, del mismo calibre que el modelo de cartulina, y con un círculo de papel a la medida del corte intentamos envolverla, podemos calcular por tanteo “a ojo de buen cubero” que necesitamos unos cuatro papeles del corte para conseguirlo. El recuerdo de esta experiencia intuitiva nos va a ayudar a recordar visualmente la superficie de la esfera, como cuatro veces la superficie del “círculo del corte de la naranja”. Para saber el volumen de nuestra esfera podemos imaginar la desintegración de los conos de cartulina colocados verticalmente sobre un círculo del tamaño de la corteza, equivalente a cuatro círculos del corte; y puestos a imaginar cambiamos todos esos conos por un gran cono como “un sombrero de chino”. A través de esta imagen visual vemos claramente que para calcular el volumen basta con multiplicar el

"círculo de la corteza de naranja" por el radio y dividirlo entre tres para obtener el volumen del gran cono equivalente a la esfera. Con estas experiencias podemos recordar fácilmente la fórmula del volumen de la esfera como $4\pi r^2 r/3$, que es como "una radiografía" de $4\pi r^3/3$.

Bibliografía

- P. Buendía Abril (2000): "Diario de matemática desnuda o Aventuras por los paisajes del universo matemático". 1. ed. Consejería de Educación y Cultura, Murcia. España.
- A. Orton (1998): "Didáctica de Matemáticas". 3.ed. Ministerio de Educación y Cultura y Ediciones Morata. Madrid.

Pedro Buendía Abril, nació en Mula (Murcia) España en 1958. Cursó los estudios de Profesor de Educación General Básica por la especialidad de Ciencias Físico Matemáticas. Actualmente desempeña el cargo de Director del Centro Comarcal de Educación de Adultos "Río Mula", en Mula (Murcia). En sus veintiséis años de docencia ha atendido grupos de alumnos de diversos niveles educativos en la Región de Murcia (España). Desde hace unos diez años participa como "animador matemático" en cursos y actividades de formación del profesorado, relacionados con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas: "El Taller de las Fiesta de los Números, "Aventuras por los Paisajes del Universo Matemático", "Animación a las Matemáticas desde la Creatividad y la Educación en Valores", "Aprendiendo Matemáticas con las manos"... También ha publicado diversos artículos relacionados con la didáctica de las Matemáticas, y ha escrito el libro "*Diario de matemática desnuda o aventuras por los paisajes del universo matemático"*, que recoge experiencias, intuiciones y aventuras acerca del saber matemático básico. Se puede descargar de www.educarm.es, en Información – Publicaciones. Edita Consejería de Educación y Cultura de la Región de Murcia, (2000) 232 páginas.
Email: pedro.buendia@educarm.es