

Coordinadora: Alicia Bruno Castañeda

El alumnado con déficit de atención e hiperactividad (TDHA) en el aprendizaje de las matemáticas en los niveles obligatorios

Núria Rosich Sala, Ángel Casajús Lacoste

Resumen

En este artículo mostramos las dificultades de aprendizaje de los alumnos con déficit de atención e hiperactividad (TDHA) en la resolución de problemas aritméticos- verbales. En primer término se muestran los estudios realizados sobre el tema con alumnos ordinarios y los que se han realizado con alumnos con TDAH. En segundo lugar se presentan los distintas tipologías de errores que realizan durante el proceso resolutor de ejecución de los problemas aritmético- verbales. Finalmente se dan pautas metodológicas para abordar su enseñanza.

Abstract

In this article we show the difficulties of the students' learning with deficit of attention and hyperactivity (TDHA) in the resolution of arithmetic problems - verbal. In first term the studies are shown carried out on the topic with ordinary students and those that have been carried out with students with TDAH. In second the different types of errors is also presented that carry out during the process resolute of execution of the arithmetic problems - verbal. Finally methodological rules are given to approach their teaching.

Introducción

Sabemos que el trastorno de déficit de atención (TDA) es un trastorno que actualmente parece emerger de forma importante en nuestras aulas. Si revisamos la bibliografía del tema, vemos que fue descrito por primera vez hace un siglo aproximadamente, aunque se diagnostica con una frecuencia relativamente alta en las escuelas desde hace relativamente poco tiempo. Estudios recientes sobre el posible número de alumnado con TDAH varia según los autores, entre un 3% y un 10 %, pero las más citadas la fijan alrededor de un 5 %.

Antes de hablar del aprendizaje matemático de este alumnado, se hace necesario precisar algunos de los términos que vamos a utilizar en el artículo y que pueden evitar confusiones.

Desde hace mucho tiempo existe una preocupación por las dificultades que tienen los alumnos, en general, en los aprendizajes escolares y, en particular, en el aprendizaje matemático, las cuales son conocidas de forma abreviada por las siglas DAM (Dificultades de aprendizaje de las matemáticas), aunque consideramos que el término de dificultades de aprendizaje conlleva una definición muy amplia y a veces resulta confusa. Los problemas generales de aprendizaje se manifiestan con un cierto retraso general de todo el proceso, observándose por parte de los profesores y padres una lentitud, desinterés, deficiencia en atención y concentración de los alumnos, que conlleva un rendimiento general bajo. Este tipo de características se pueden presentar en alumnos con un desarrollo normal y con inmadurez en el área cognitiva o verbal, y también en alumnos con ciertos retrasos mentales, o con dificultades auditivas severas que no se les han tratado.

En el caso de las DAM, las primeras dificultades de aprendizaje matemático que han sido estudiadas son las llamadas discalculias, las cuales se manifiestan en alumnos que tienen dificultades en las habilidades de memoria, atención, orientación (alienación de números y símbolos), de razonamiento matemático, etc., es por ello que muchas veces se ha incluido a los alumnos con TDHA en este grupo de alumnos.

Nosotros cuando hablamos de TDA nos referimos a una diferencia leve, pero demostrable, en el funcionamiento cerebral normal que hace que un alumno con un coeficiente intelectual normal rinda poco en los estudios y en el caso de los alumnos que además son hiperactivos tienen un comportamiento inquieto en el aula. Nosotros nos referiremos de forma indistinta a ambos.

Entendemos que las dificultades en el aprendizaje de los alumnos con TDHA son obstáculos específicos por aprender en el día a día y que vienen generados por la misma sintomatología del trastorno, provocando en el alumno retrasos académicos significativos, aunque éste tenga capacidad.

Estudios realizados sobre el tema

A pesar del creciente número de alumnos que se diagnostican de TDA en nuestras escuelas son pocos los estudios que han tratado sobre las dificultades matemáticas de estos alumnos en esta área. Los primeros estudios que se hicieron señalaban el cálculo como una de estas dificultades. Geary (1993) propone tres tipos de déficit que podrían explicar el trastorno del cálculo en este tipo de alumnos:

- a) **Aspectos metodológicos del cálculo.** Las dificultades del cálculo pueden ser debidas a su falta de atención, ya que estos alumnos en las edades tempranas que han de aprender el significado del número, no terminan de

adquirirlo correctamente. De la misma manera, también puede influir negativamente la lentitud en la adquisición del uso de procedimientos y estrategias aritméticas para la resolución de las operaciones básicas, como son la utilización de los dedos, los palotes, etc., como soporte del conteo.

b) **Recuperación automática de hechos numéricos de la memoria semántica.**

Los problemas relacionados con los hechos numéricos se manifiestan por las dificultades en adquirir y mantener datos matemáticos básicos suficientemente automatizados para que sean adecuadas para la adquisición y el uso de las habilidades superiores del cálculo. Los hechos numéricos, que constituyen el conjunto más básicos en el cálculo, pueden ser considerados similares a un vocabulario básico visto durante la lectura. Reflejan bits aislados de información que se pueden utilizar para completar un problema y son más útiles si se pueden recordar más rápidamente y prestar mayor atención a un procesamiento de alto nivel. La precisión y la fluidez en los hechos numéricos básicos son fundamentales para un buen rendimiento del cálculo. Los niños y las niñas con este tipo de déficit recuperan menos hechos en la memoria, y cuando esto sucede su velocidad es más lenta y poco sistemática, y presentan una gran proporción de errores. Este déficit en la recuperación de hechos persiste típicamente durante la escuela primaria y muchas veces se producen simultáneamente con ciertas formas de déficit verbal del lenguaje y la lectura.

c) **Habilidades visoespaciales.** El déficit en esta habilidad implica problemas en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica, como pueden ser la alineación defectuosa de números en problemas de cálculo con varias columnas numéricas y la interpretación incorrecta del lugar que ha de ocupar el valor.

Entre los autores que más estudios han realizado sobre el tema hemos de citar a Zentall que dedica varias investigaciones sobre los alumnos con TDAH. En 1994 Zentall et al. realizan un estudio para ver la incidencia en los problemas de cálculo en la resolución de problemas aritméticos sencillos, de una operación, utilizando números enteros con el ordenador. Los resultados muestran la baja productividad de los alumnos con TDHA, detectan que a muchos alumnos les cuesta acabar las operaciones (dejando muchos de los problemas en blanco) y también descubren que estos alumnos suelen cometer más errores que sus compañeros (sin déficit), es por esto que los autores señalan que no les extrañan que sus puntuaciones de rendimiento académico sean un tercio más bajas que las de sus compañeros sin déficit. Este equipo investigador identifica dos tipos de dificultades para el cálculo: dificultades en la memoria semántica relacionada con dificultades de lecto-escritura y dificultades en los procedimientos que utilizan, ya que si se comparan con los procedimientos que usan los alumnos ordinarios (a partir de cuarto curso) se ha visto que cambian típicamente de una estrategia para contar de manera física o mental a otra de recuperación de la memoria.

Otros autores como (Ackerman et al., 1986) atribuyen la vulnerabilidad del cálculo en el alumnado con TDAH a errores en la automatización, que a la vez incide en un déficit de la memoria y de velocidad de procesamiento. Una escasa velocidad de recuperación de la memoria altera la adquisición y el mantenimiento de los

hechos numéricos y esta interferencia da lugar a una computación lenta e inexacta, así como la consiguiente alteración en la adquisición y uso de las operaciones de cálculo más avanzadas.

Si bien las dificultades de cálculo aparecen de forma destacada en estos grupos de alumnos y sea quizás por esto que se han realizado más estudios sobre esta parte de las matemáticas, en los últimos años, los currículos escolares y las evaluaciones de matemáticas han puesto el acento en el valor de la resolución de los problemas como una forma de poner en juego los conocimientos matemáticos y de favorecer el pensamiento y el razonamiento matemático, las cuales pueden ayudar al individuo para la resolución de problemas de la vida cotidiana (NCTM, 2000; Pisa, 2003, 2006).

Este aspecto de la resolución de problemas también está recogido el currículo matemático como una competencia que debe adquirir el alumnado de la enseñanza obligatoria.

Si bien Zentall et al. (1990, 1993, 1994) como hemos visto, dedican un estudio en el que una parte está implicada la resolución de problemas, las conclusiones del mismo apuntan más al entorno de las dificultades del cálculo que no a los problemas.

El estudio de la resolución de problemas aritmético-verbales

Uno de los estudios más recientes sobre la resolución de problemas aritmético-verbales con alumnos hiperactivos es el que ha realizado Casajús (2005). Este autor diseña una prueba diagnóstica adaptada para cada uno de los tres ciclos de la enseñanza de primaria y de los dos ciclos de la enseñanza secundaria, con la finalidad de mostrar las dificultades que tienen estos alumnos respecto a los alumnos sin déficit. Utiliza tres pruebas que constan de una serie de problemas con una estructura bastante parecida a lo largo de los diferentes Ciclos de la Enseñanza Primaria, respetando los niveles curriculares. Las diferencias entre los ciclos vienen dadas por una creciente dificultad, debido a la progresiva introducción de los niveles de numeración (números hasta el 99 en el ciclo inicial, introducción de números decimales, etc.), y también la introducción progresiva de los algoritmos (suma, resta, multiplicación etc.), etc. Las comparaciones vienen determinadas en el estudio descriptivo tanto de la tipología de problemas, como por los errores que cometen los alumnos de ambos grupos.

La prueba diagnóstica se pasa a un total de 75 alumnos (37 con TDAH y 38 sin déficit), en la elección de la muestra estaban representados los tres ciclos de la enseñanza primaria de escuelas públicas y concertadas.

El objetivo de la elaboración de dicha prueba es la de poder comparar los resultados del grupo Experimental con los del grupo de Control para observar el

comportamiento diferencial de ambos grupos y poder extraer las conclusiones pertinentes.

En la corrección de los problemas resueltos se tiene en cuenta: la corrección o no de la resolución del problema, también se analizan las diferentes tipologías de errores, ya que los errores de cálculo en la fase de ejecución no deberían esconder una correcta comprensión del problema. El análisis del planteamiento del problema se realiza para obtener información sobre la correcta comprensión del enunciado. Se parte del hecho de que al aplicar en la fase de resolución los algoritmos correspondientes, los alumnos denotan que la información que han interpretado en el enunciado es la correcta.

Los resultados de estas pruebas ponen de manifiesto que en general los alumnos con TDHA en todos los ciclos, tanto de primaria como de secundaria, obtienen puntuaciones inferiores a los alumnos sin déficit. Pero también han mostrado que a medida que aumenta la edad y por tanto, los cursos el número de respuestas correctas también aumenta (exceptuando el ciclo superior de primaria).

Antes de analizar las diferencias en la resolución de PAEVs entre los alumnos con TDAH y sin Déficit, se muestran los datos por Ciclos, que nos dará una idea sobre la evolución en este campo de los alumnos con Déficit de Atención e Hiperactividad en su tarea de resolver los problemas aritméticos (Tabla 1). Observamos la tabla general de su comportamiento resolutor, en la que se ha tenido en cuenta, las posibilidades que hemos contemplado en la corrección de las pruebas.

Problemas	C. inicial P.	C. Medio P.	C. Superior	2º Ciclo ESO
Correcto	114 (48,7%)	210 (56,5%)	239 (53,3%)	322 (63%)
Bien planteado	19 (8,1%)	61 (16,4%)	113 (25,2%)	109 (21,3%)
Incompleto	0	1	0	1
Mal planteado	78 (33,3%)	76 (20,45%)	81 (18%)	38 (7,4%)
No se sabe qué ha hecho	9	11	7	14
Sin contestar	14	13	8	27
Total	234	372	448	511

Tabla 1. Resultados globales por etapas y ciclos

En la Figura 1 se puede observar que en la evolución porcentual de los aciertos aumenta de una manera progresiva (exceptuando el Ciclo Superior de Primaria debido, creemos, a la introducción en la ejecución del problemas de los números decimales desde el Ciclo Inicial de Primaria hasta el Segundo Ciclo de la E.S.O.

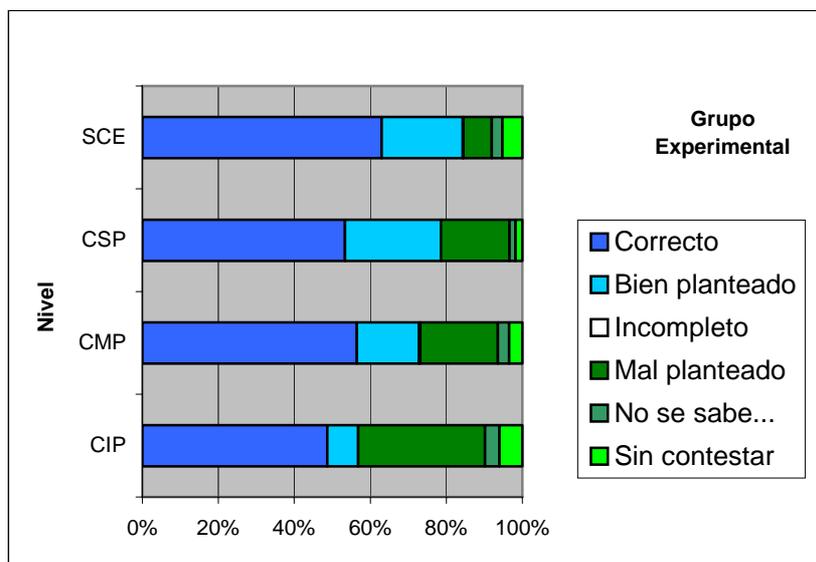


Figura 1. Comportamiento resolutor e índices totales de cada Ciclo de la escolaridad obligatoria.

También se puede ver en el gráfico que no sólo evoluciona positivamente el número de problemas correctos a lo largo de la escolaridad, sino que progresivamente la comprensión de los mismos mejora, no sólo en aras de la corrección – lo cual indica que entre otras cuestiones, mejora el cálculo adecuado a su edad, con las sucesivas introducciones curriculares, sino también del correcto planteamiento.

Más significativa aún es la evolución de los problemas bien planteados, que unidos a los bien resueltos – lo que podemos significar como problemas que se han comprendido – denotan una trayectoria constante positiva desde el Ciclo Inicial de Primaria hasta el último Ciclo de la E.S.O.

En la Figura 2, se observa la evolución positiva a lo largo de la escolaridad obligatoria.

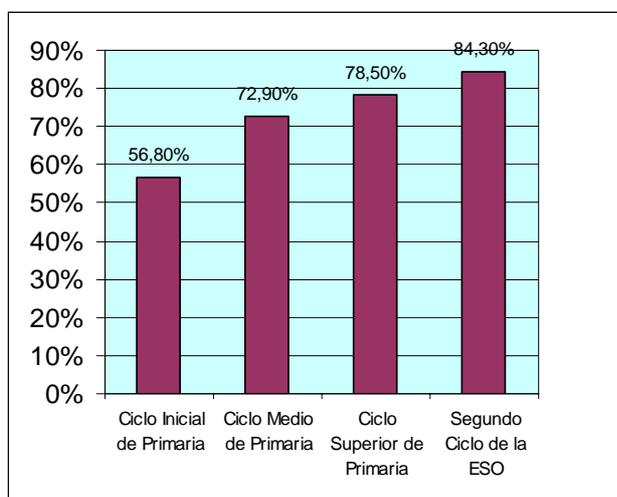


Figura 2. Evolución porcentual en los problemas bien planteados por la muestra con TDAH

Aquí se refleja que a pesar de que la evolución es constante hasta alcanzar un porcentaje superior al 84% en el Ciclo Superior de la ESO, aún muestran dificultades en la representación del problema una proporción importante de los alumnos con TDAH al acabar la escolaridad obligatoria.

Otro aspecto a tener en cuenta para los profesores y psicopedagogos, etc., es el estudio más pormenorizado de los resultados por ciclos ya que estos nos informan de las dificultades que muestran los alumnos, tanto con déficit como de los alumnos control que han intervenido.

De esta forma si miramos los resultados del ciclo Inicial de Primaria podemos ver en el gráfico de la Figura 3, que el porcentaje de problemas bien resueltos del grupo de Control (65,4%) es significativamente mayor que los resueltos por el grupo Experimental (48,7%). El grupo Control efectúa correctamente más ejercicios que los erróneamente ejecutados, en cambio en el grupo Experimental se invierte este hecho, realizando más problemas incorrectos que correctos.

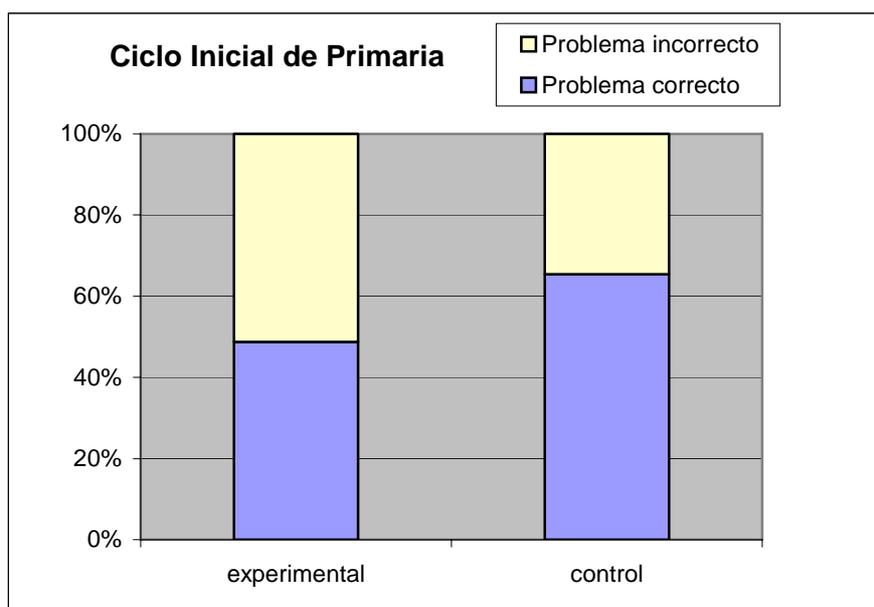


Figura 3. Resultados de los problemas Ciclo Inicial de Primaria

En un análisis general, en la Figura 4 se puede observar que en el **Ciclo medio de primaria** aumentan los porcentajes de resolución correcta e incorrecta entre los dos grupos. Ahora el grupo Experimental aumenta el porcentaje de ejecución correcta (56,5 %), pero aumenta de la misma manera el porcentaje del grupo de Control (72,7 %) ampliando la diferencia al 16 % entre ambos grupos. El grupo de alumnos con TDAH ya resuelve más problemas que los que falla, pero el grupo Control se acerca al 75 % de ejercicios correctos.

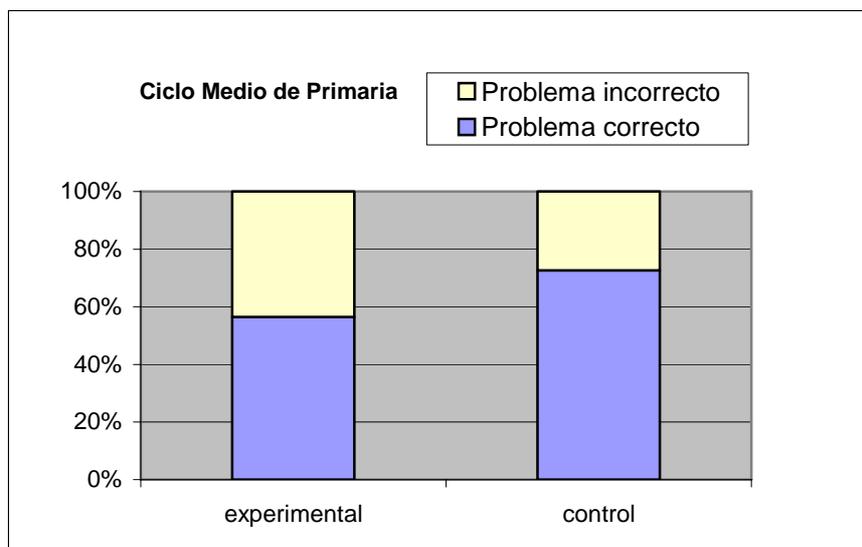


Figura 4. Resultados de los problemas en el Ciclo Medio de Primaria

En el **Ciclo Superior de Primaria** los valores porcentuales bajan, creemos que debido a la introducción en los datos de números decimales, ya que muchos de los errores son atribuibles a las operaciones con los mismos. Aquí el grupo Experimental realiza un 53,3 % de problemas correctos ante un 63,4 % del grupo de Control, bajando también la diferencia porcentual entre ambos grupos (Figura 5).

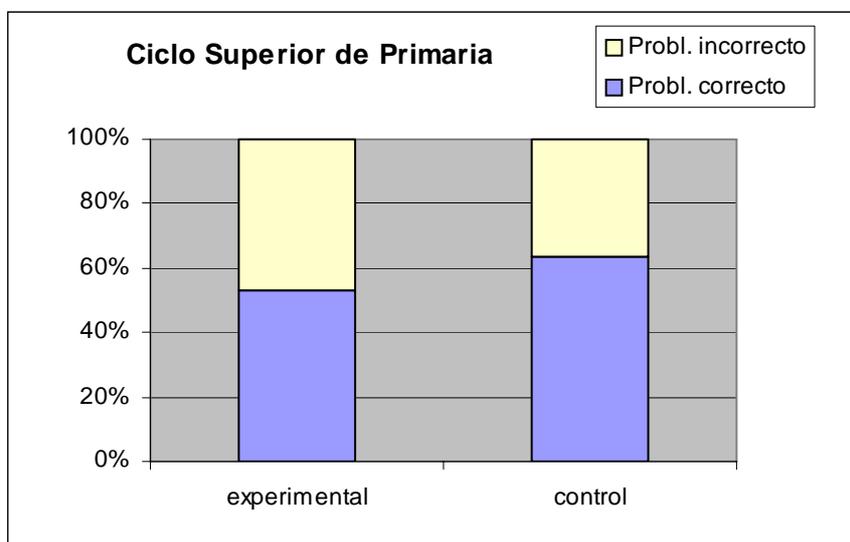


Figura 5. Resultados de los problemas de Ciclo Superior de Primaria

Otro aspecto interesante desde el punto de la investigación es el estudio más exhaustivo que realiza el autor atendiendo a las diferentes categorías en que se suelen estudiar los problemas llamados aritmético verbales. En los últimos años ha resurgido un interés por el estudio de los problemas aritmético enunciado verbal (PAEV), sobre todo en el alumnado de la escolarización obligatoria. Entre los autores que han dedicado parte de sus estudios a la resolución de estos problemas podemos citar a Puig y Cerdán (1988), Neshor (1982), Carpenter y Moser (1982),

Bermejo y Rodríguez (1990). De acuerdo con los parámetros estudiados por un buen número de los autores citados, el estudio de Casajús (2005) se centra en tres variables: variables sintácticas, de contexto y de contenido. En el caso de las categorías semánticas, se ha estudiado especialmente las de tipo aditivo (con las subcategorías de problemas de cambio, combinación, comparación e igualación) problemas multiplicativos, problema de enunciado largo, problema de enunciado con varias preguntas, problemas de varias etapas con la incógnita en diferentes lugares. Además, se incluyeron algunos problemas en los que se estudiaron las variables sintácticas.

En el caso del ciclo inicial de Primaria los resultados comparativos mostraron que la práctica totalidad de los grupos se decantan a favor del grupo de Control, con diferencias muy significativas en la resolución de los problemas de Cambio (con más de un 25% de aciertos), dentro de las categorías semánticas, aquellos problemas en los que en un mismo enunciado se formulan varias preguntas y los que en el enunciado aparecen cifras (no todos datos) en números y letras (en ambos casos con una diferencia del 44%, aproximadamente), los cuales presentamos en la tabla 2.

% Correcto Experim.	% Correcto Control	% Planteado Experim.	% Planteado Control	Grupos de categorías de problemas
70,4	96,3	74,1	100	Cambio
72,2	77,8	83,3	88,9	Combinación
60,0	73,3	68,9	80	Comparación
22,2	22,2	22,2	22,2	Con la solución en el enunciado
46,3	55,6	61,1	72,2	Igualación
0,0	11,1	11,1	11,1	De enunciado largo
33,3	77,8	33,3	77,8	De varias preguntas
18,5	33,3	25,9	40,7	De varias etapas con incógnita en diferentes lugares
11,1	55,6	11,1	66,7	Con números en cifra y letra

Tabla 2. Resultados del ciclo Inicial de Primaria por categorías

La diferencia entre los dos grupos respecto a los problemas de cambio creemos que puede responder a que éstos se basan en una transformación enmarcada en una acción temporal, con lo que esto conlleva, ya que los alumnos con TDAH interpretan peor, a opinión de sus profesores, las secuencias temporales dentro de una información, como es el enunciado, en este caso.

Respecto a la diferencia entre ambos grupos sobre los problemas de enunciado con varias preguntas, la falta de atención - manifiesta de los alumnos con TDAH -hace que la mayoría contesten sólo a la primera pregunta, obviando las siguientes.

Asimismo, en un análisis de las categorías semánticas, los problemas más fáciles para este ciclo han sido para el grupo experimental y por este orden, los de combinación, seguidos de los de cambio, comparación e igualación. Para el grupo de control el orden es cambio, combinación, comparación e igualación. Por lo tanto, el grupo de control sigue la misma tendencia que los resultados de Riley y otros

(1983) que han indicado para el estudio de alumnos, en general (sin TDHA), siendo alterado en la forma indicada por los del grupo experimental.

En el ciclo medio se observa de nuevo que las diferencias en la resolución de la mayoría de las categorías se decantan a favor del grupo de control (Figura 6). Hay diferencias importantes en la resolución de los problemas de comparación (con más de un 20% de aciertos superior), bajando unos puntos porcentuales los de cambio (18 %), pero aumentando considerablemente las diferencias en las categorías de combinación e igualación. Aumenta de manera muy considerable en aquellos problemas con las incógnitas en diferentes lugares del enunciado (28%) y en dos de las categorías, los resultados se decantan a favor del grupo experimental, curiosamente, una de ellas es aquella en el que la respuesta formaba parte del enunciado. En el problema con cifras en números y letras, la diferencia se ha invertido, al contrario de lo que observamos en el Ciclo Inicial de Primaria.

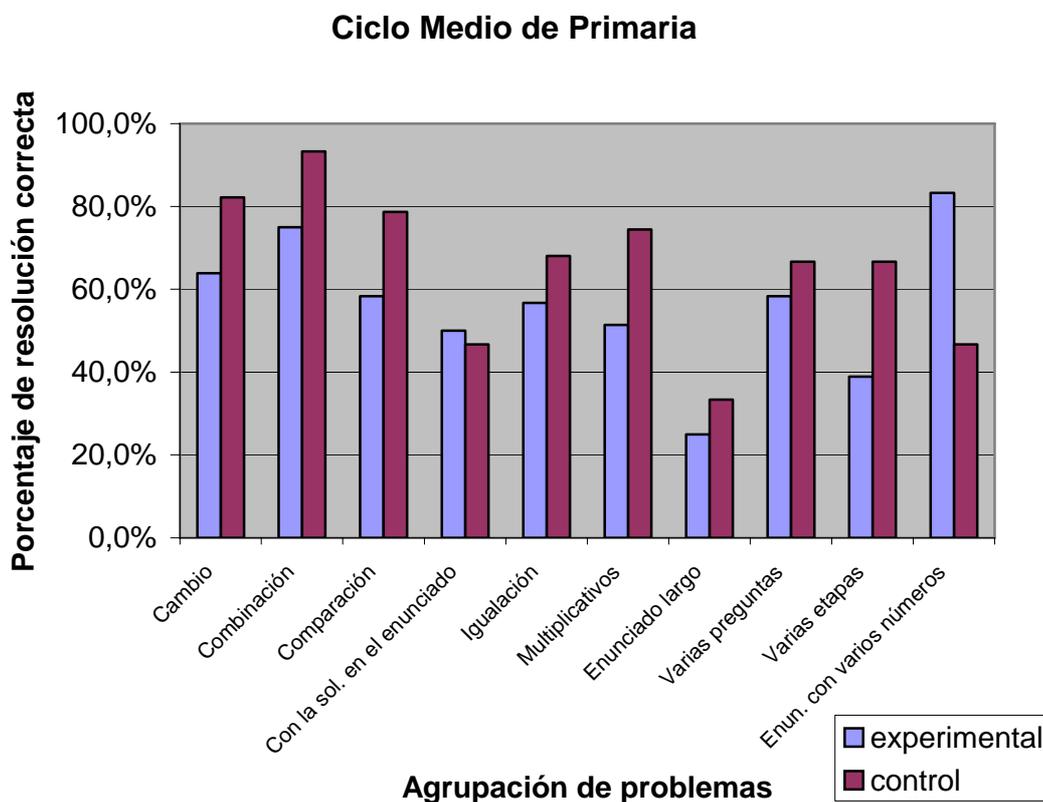


Figura 6. Porcentajes de respuestas correctas en las diferentes categorías de problemas de los alumnos del Ciclo Medio de Primaria

Como podemos observar, las diferencias entre el grupo con TDAH y el de alumnos del grupo de control quedan patentes. En dos categorías además, el grupo de control sobrepasa el 80% en la ejecución correcta. Destaca el problema de enunciado largo, categoría en la que tanto el grupo experimental como el de control, consiguen unos resultados muy bajos, superando el grupo con TDAH al de control.

Es en este ciclo, cuando las diferencias son menos acusadas si nos atenemos a las categorías semánticas, se da en los problemas aditivos, aunque se mantiene la diferencia en los problemas multiplicativos.

Los problemas multiplicativos mantienen la misma diferencia, del 23%, tanto si se mide la resolución correcta del problema como si se trata del correcto planteamiento. Parece ser que a los alumnos con TDAH les cuesta más adquirir el concepto de multiplicación y división.

En el **Ciclo Superior de Primaria** las diferencias mayores continúan en la categoría de problemas de combinación (21%), seguidas de la de cambio y comparación. Por primera vez, en los problemas de igualación, el grupo experimental aventaja al grupo control, así como en los problemas con la incógnita en diferentes lugares del enunciado, y el grupo experimental aventaja ligeramente en los problemas multiplicativos. El orden de facilidad para la categoría semántica cambia: combinación – cambio – igualación y comparación, tanto para los del grupo experimental como los de control. En los problemas multiplicativos, el grupo de alumnos con TDAH supera al grupo de control, aunque por una estrecha diferencia, así como en la categoría en la que se proponen problemas con la incógnita en diferentes lugares del enunciado (Figura 7).

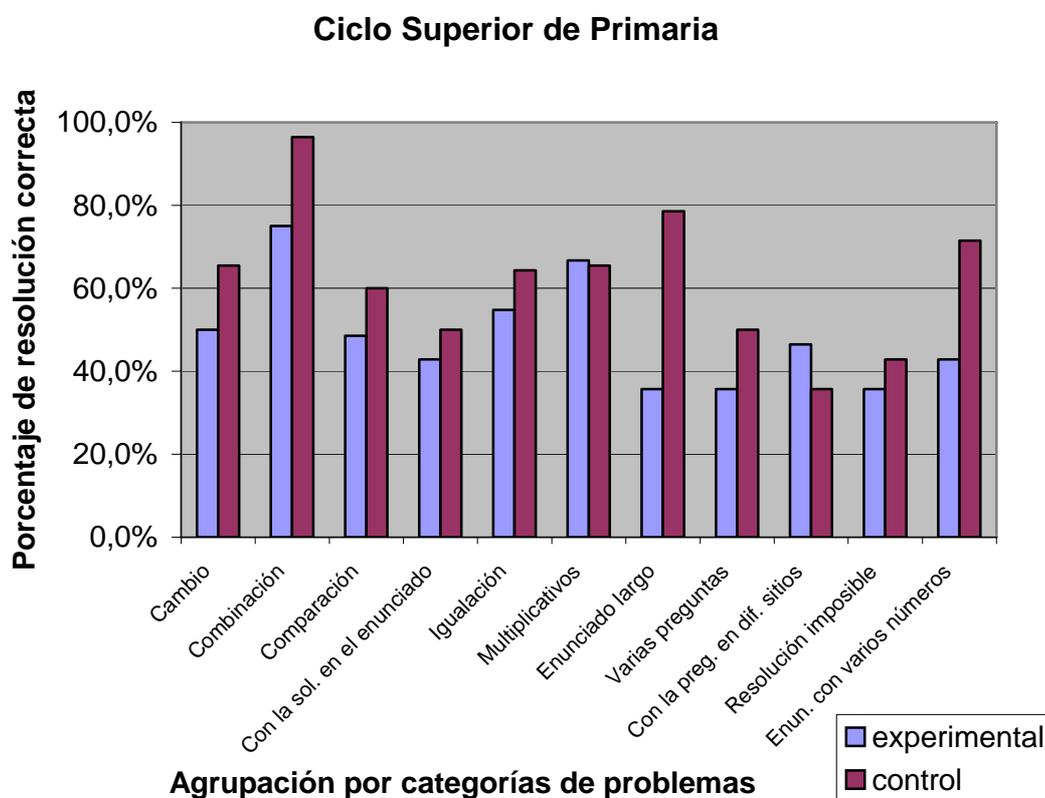


Figura 7. Porcentajes de respuesta en las diferentes categorías de problemas de los alumnos del Ciclo Superior de Primaria

Matemáticas especiales
para alumnos especiales

Al final de los estudios obligatorios de ESO los problemas que durante los otros ciclos quedaban definidos como más fáciles para los alumnos (problemas de combinación), en este último tramo de la ESO, llegan casi a igualarse, manteniéndose o aumentando las diferencias, en cambio en las demás categorías semánticas de problemas aditivos.

Continúan las diferencias en la resolución de los problemas multiplicativos. El problema de enunciado largo sufre un fuerte crecimiento diferencial entre ambos grupos, ya que lo resuelven bien los alumnos del grupo control en una proporción aproximada de 2,5 veces.

A continuación mostramos los resultados comparativos por etapas y ciclos entre los alumnos control y los alumnos con TDHA.

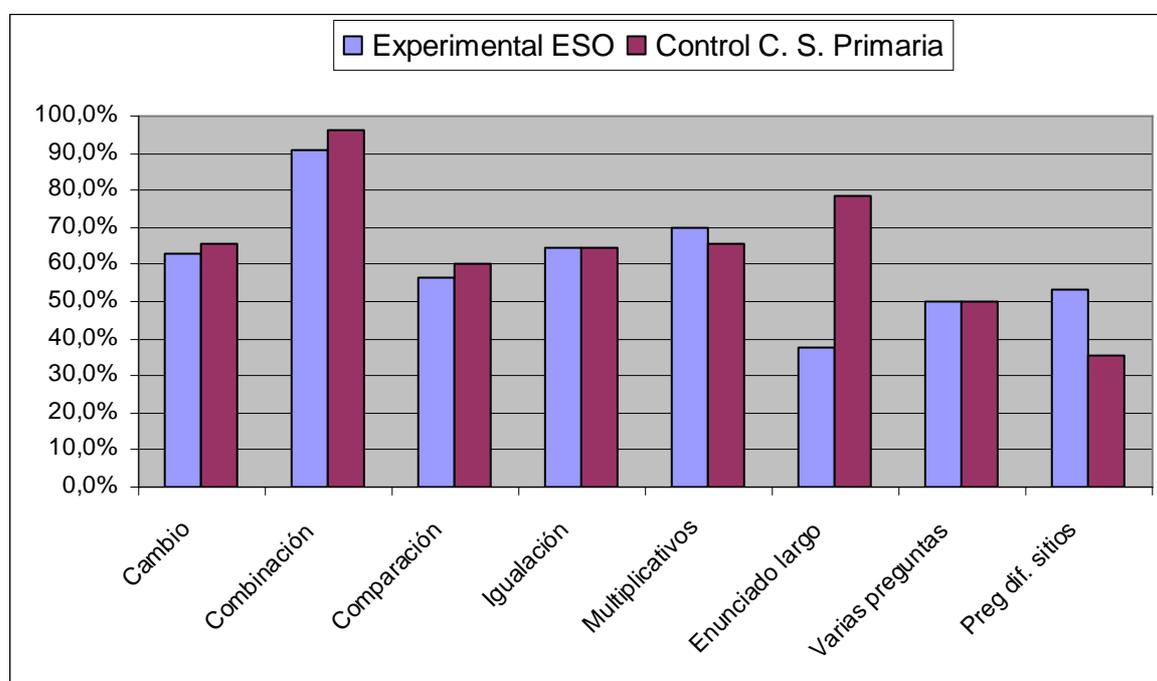


Figura 8. Resultados comparativos por etapas y ciclos

Se observa que aún las diferencias de logro se decantan globalmente hacia los alumnos sin déficit, sobretudo en el problema de enunciado largo.

Otro aspecto que se analizó en este amplio estudio fue el análisis de los errores de ejecución de las operaciones en la fase de resolución. Concretamente se han estudiado las siguientes categorías:

- Errores debidos al proceso operacional (con números naturales y decimales).
- Errores en el cálculo con decimales.
- Errores de Cálculo.
- Errores debidos a la falta de atención.

En el estudio se han detectado los errores que se muestran en la tabla, tanto operando con números naturales como con decimales.

Tipo de error	Nº problemas fallados por este error. G. Experm.	% del total de probl. del G. Experm. (1566)	% problemas G. Experm. con errores específicos (386)	Nº problemas fallados por este error. G. Control	% del total de probl. del G. Control (1595)	% probl. del G. Control con errores específicos (258)
Colocación incorrecta de las cifras al ponerlos en una operación	33	2,1%	8,54%	11	0,68%	4,26%
Coloca mal los miembros de la resta (minuyendo por substraendo)	40	2,55%	10,36%	14	0,87	5,42%
En una resta, siempre restan los números mayores menos los pequeños.	11	0,7%	2,84%	2	0,12	0,77%
Total erróneos	84	5,35%	21,76%	27	1,69%	10,46%

Tabla 3. Resultados de los diferentes tipos de errores

En la primera columna observamos que el mayor porcentaje de errores corresponde al que los alumnos colocan mal los miembros de la resta (minuyendo por sustraendo) de manera incorrecta, es decir, saben que en los problemas se ha de restar, pero no lo colocan correctamente.

En la Figura 9 se muestran los tres errores detectados en este apartado, repartidos en el total de problemas de cada grupo.

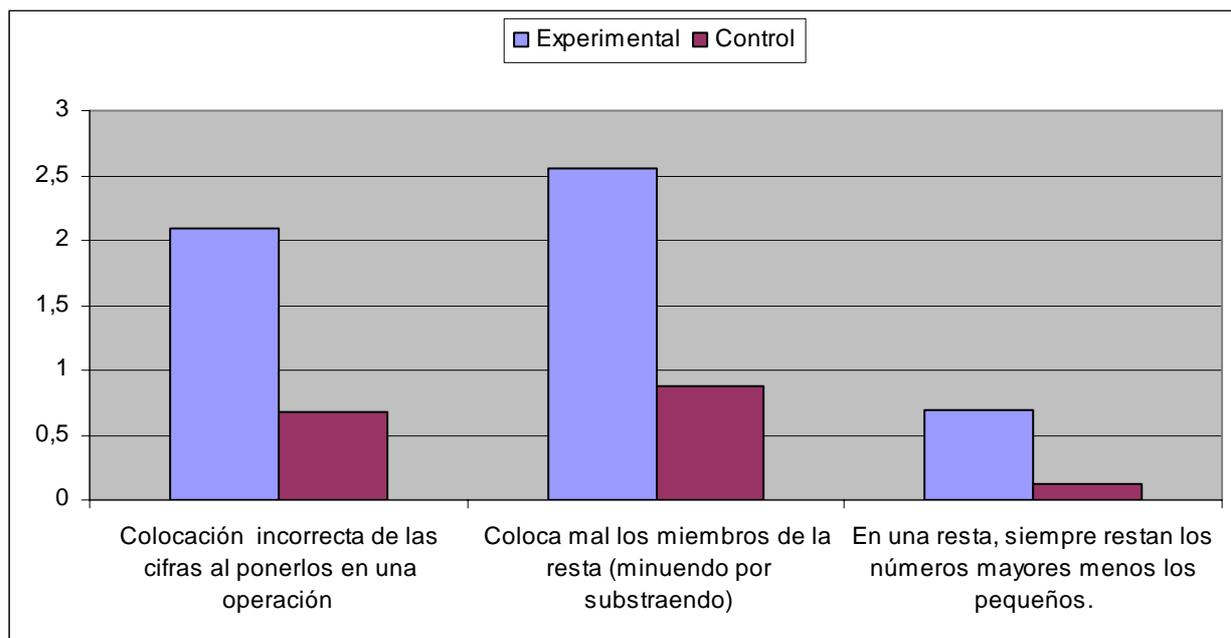


Figura 9. Gráfico comparativo de los distintos tipos de errores

Matemáticas especiales

para alumnos especiales

Este error se detecta indistintamente en alumnos, tanto de Ciclo Inicial de Primaria, hasta el Segundo Ciclo de la ESO, pasando por todos los ciclos de enseñanza obligatoria. La resolución, en estos casos, pasa por restar la cifra de mayor orden. Vemos algunos ejemplos:

Juan tenía 26 euros, y su tío le dio unos cuántos euros más. Ahora tiene 42 euros. ¿Cuántos le dio su tío?

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 42 \\ \hline 84 \end{array}$$

R: Su tío le dio 84 euros

Respuesta de Luis (Ciclo Inicial de Primaria)

Veamos otro ejemplo

El Sr. Juan tiene 2368 gallinas y su vecino Andrés tiene 3290 gallinas. ¿Cuántas ha de vender Andrés para tener tantas como Juan?

$$\begin{array}{r} 2368 \\ - 3290 \\ \hline 1078 \end{array}$$

Respuesta de Alberto (Ciclo Medio de Primaria)

El otro error a destacar es aquel en que en una resta siempre se sustraen los números pequeños de los mayores, tanto estén en el minuendo como en el sustraendo. Este fenómeno a opinión de Giménez y Gironde (1990) se produce porque el alumno no opera con los números en cuestión, sino que ve sólo dígitos, restando el pequeño del mayor, por lo que habría de trabajarlo leyendo previamente los números.

Vamos a mostrar un ejemplo de este tipo de errores.

Juan tenía ahorrados 1026,68 euros, y su tío le dio unos cuantos euros más. Ahora tiene 1242 euros. ¿Cuántos le dio su tío?

$$\begin{array}{r} 1026,68 \\ - 12,42 \\ \hline 1039,10 \text{ euros} \end{array}$$

Respuesta de Sergio (Ciclo Superior de Primaria)

Matemáticas especiales
para alumnos especiales

El último de los errores de esta categoría, es aquel en el que los alumnos colocan incorrectamente las cifras al ponerlos en una operación de suma o resta, el grupo de control produce el error sólo en la tercera parte de las ocasiones respecto del grupo experimental. En este apartado se han incluido tanto las operaciones con números naturales como con números decimales, o en operaciones entre un número natural y otro decimal. Sabemos que los alumnos sin déficit, al operar con números decimales muestran muchos más errores al efectuar las operaciones que cuando operan con números naturales, este hecho se agrava en el caso del alumnado con TDAH.

Otro aspecto interesante son los resultados de los aspectos formales de la realización de los problemas. Para ello se analizan: i) la organización espacial, ii) la pulcritud iii) la caligrafía.

1. **Organización espacial.** Los resultados han indicado que muchos alumnos con TDAH no respetan el espacio físico del problema, ocupando o bien la parte superior o inferior. En un principio se podría pensar que esto pasa en los cursos inferiores de primaria, pero el hecho es que se produce en todas las etapas y cursos (ver ejemplo de la Figura 12).
2. **Sobre la pulcritud.** En el proceso de ejecución operacional, los aspectos como la impulsividad e hiperactividad, propios del déficit provocan unos problemas añadidos, como son la pulcritud en la presentación de los ejercicios, que hacen que muchas veces sean difíciles de realizar las correcciones.

L'Andreu fa una mitjana de 5 viatges repartint paquets amb el seu camió i guanya 35 € en cada repartiment. Quant guanya en 30 dies de feina si cada dia gasta 12 litres de benzina que li costa a 0,75 € cada litre?

$$\begin{array}{r} 35 \\ + 12 \\ \hline 47 \\ \times 30 \\ \hline 000 \\ 525 \\ \hline 1410 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 30 \\ \hline 0750 \\ 1410 \\ \hline 14100 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 14100 \\ - 2250 \\ \hline 11850 \end{array}$$

Un aeroplano recorrió 1940 km el primer día. El segundo recorrió 340 km más que el primero y el tercer día, 890 km menos que entre los dos días

Figura 12. Resolución de un problema de un alumno en el cual se puede ver la dificultad de mantener el orden en colocación de las cifras y de las operaciones.

3. **Respecto a la caligrafía.** Muchas veces la impulsividad de los alumnos con TDAH les lleva a realizar trazas deficientes en la representación de las cifras, que algunas veces son difíciles de reconocer.

Hasta aquí hemos mostrado algunas de las dificultades que tienen los alumnos con TDAH y que nos ayudarán a plantear metodologías que se adapten a sus dificultades, las cuales podrán ser tenidas en cuenta, tanto por los docentes de aula ordinaria como los de reeducación.

Orientaciones didácticas

No podemos terminar este artículo sin mostrar algunas pautas metodológicas que se desprenden de los estudios realizados.

En sesiones de reeducación con profesores y alumnos con hiperactividad, Casajús (2005) pudo constatar que los profesores utilizaban una serie de estrategias metacognitivas que, aunque no eran específicas para las matemáticas, sino que se utilizaban más globalmente para la consecución de unos hábitos de trabajo, hacían más óptimo el proceso de aprendizaje. Estas estrategias pueden ser aplicadas al campo de la resolución de problemas aritméticos, las cuales explicaremos a continuación.

Es importante que antes de realizar un problema se intente que el alumno con TDAH interiorice un proceso compuesto de una serie de pasos, para que éste lo pueda seguir y, en todo momento, sea consciente hasta donde ha llegado y donde se para. Es por esto que los profesores de reeducación suelen tener una hoja con los pasos a seguir para que el alumno los pueda consultar en todo momento. El proceso es el siguiente: 1) Coge solamente lo más *imprescindible* (libro, material, etc.), 2) Organízate el *tiempo*, 3) Lee el *enunciado* del primer problema, 4) Piensa *qué* hace falta hacer, 5) Piensa *cómo* lo harás, 6) *Hazlo*, 7) *Repásalo*. ¡Muy bien!, Ya tienes uno hecho. Repite los pasos para 3, 4, 5, 6 y 7 con los demás problemas.

Cuando este proceso general se adapta a la resolución de problemas matemáticos, el esquema es el siguiente:

- a) Lee atentamente el enunciado.
- b) ¿Cuáles son los datos que me dan?
- c) ¿Qué me piden?
- d) ¿Qué operaciones he de hacer?
- e) Lo hago
- f) Repaso

Hay bastantes estudios sobre las dificultades y errores que hacen los alumnos en el proceso de la resolución de problemas de alumnos con dificultades, entre estos podemos citar el de Kintsch (1987) que mostró tres posibles fuentes de error al resolver problemas aritméticos sencillos: a) mal uso o desconocimiento de estrategias aritméticas, falsas concepciones y fracaso en el procedimiento de conteo, b) comprensión equivocada del problema (sobretudo lingüísticas), c) sobre carga de elementos en la memoria a corto plazo.

A partir de las escuelas que han participado en el estudio hemos podido observar que no hay metodología uniforme que utilicen los profesores de reeducación específica y que cada profesor aplica la suya ya que la mayoría de ellos no ha recibido pautas en este sentido.

Orrantia y otros. (1993) han desarrollado en una de sus investigaciones un programa de instrucción que intenta recoger diferentes aspectos relacionados con la resolución de problemas, especialmente aquellos que tienen que ver con la representación problemas verbales (como puede ser las destrezas en la descodificación, representaciones espaciales, etc.). En las dos primeras etapas de su programa hacen referencia a la comprensión del enunciado y se refieren a las ayudas textuales, entendiendo como tales la reescritura y la representación lingüística. Existen investigaciones que han mostrado que cuando se presentan los problemas con una serie de ayudas lingüísticas que hacen explícita la relación entre los conjuntos puestos en juego, es a decir, su estructura semántica, la ejecución mejora.

Orrantia en este mismo estudio propone para facilitar la comprensión de los PAEV de suma y resta una representación correcta, seguir las pautas siguientes:

- a) **Problemas de cambio.** Por ejemplo: "Teresa tenía 8 caramelos y Pilar le da 4 más. ¿Cuántos tiene ahora Teresa?"

Podemos ver que en los problemas de cambio se pasa de una situación inicial a una de final después de una modificación o cambio. Dado que los alumnos con TDAH tienen dificultades en las secuencias temporales que están bien definidas, se propone enmarcar correctamente la acción en la secuencia temporal, con ayudas de palabras en el enunciado tales como: al principio, antes, ahora, mientras, después, etc., para entender de forma correcta la acción de crecimiento o decrecimiento. Por tanto, el problema podría ser rescrito como:

"Teresa tenía al principio 6 caramelos y Pilar le da después 4 más. ¿Cuántos caramelos tiene ahora Teresa?"

- b) **Problemas de combinación.** En los problemas de combinación se describe una relación entre conjuntos con un esquema parte- parte- todo. En este caso lo más importante no es la secuencia temporal, sino que aquí es el conocimiento de pertenencia de la cantidad de cada una de las partes. Veamos un ejemplo: "Carmen y Juan tienen 84 cromos entre los dos. Si Carmen tiene 28 cromos. ¿Cuántos cromos tiene Juan? La dificultad se encuentra en saber diferenciar las cantidades de las dos partes. Por tanto, una posible reescritura puede ser la siguiente. "Carmen y Juan tienen 84 cromos entre los dos. De estos cromos 28 son de Carmen y el resto de Juan. ¿Cuántos cromos son de Juan?"

- c) **Problemas de comparación.** En este tipo de problemas lo que resulta difícil para los alumnos con TDAH es lo que hace referencia al conjunto mayor o menor, haciendo una sentencia que matice estos hechos. Así el problema: "Nuria tiene 105 cromos, que son 24 más de los que tiene Juan. ¿Cuántos cromos tiene Juan? Se puede rescribir por "Nuria tiene más cromos que Juan. Nuria tiene 105, que son 24 más de los que tiene Juan. ¿Cuántos cromos tiene Juan?"

- d) **Problemas de igualación.** Estos problemas son los que resultan más difíciles para todos los alumnos, aunque más para los alumnos con TDAH, ya que la comparación entre las cantidades se establece por la expresión “tantos como”. Por lo tanto, para una correcta interpretación los alumnos han de reconocer las tres cantidades que entran en juego (la de referencia, la comparada y la diferencia) y han de saber especificar los conjuntos mayor y menor. A modo de ejemplo, si el problema dice: “María tiene 73 euros y su hermana Nieves tiene 48 euros. ¿Cuántos euros le faltan a Nieves para tener tantos como a María?”. La reescritura pasaría por: “María tiene 73 euros y su hermana Nieves menos, ya que solamente tiene 48 euros. ¿Cuántos euros hemos de dar Nieves para que tenga tantos euros como María?”.

Es interesante resaltar que en el estudio que realiza Casajús (2005) una parte esta dedicada a la reescritura de problemas PAEVs con alumnos con TDHA en los niveles de Primaria y de ESO obteniendo buenos resultados.

Veamos otro ejemplo de problema reescrito:

“Marta tiene 245 euros y su hermana Nuria tiene 123 euros.
¿Cuántos euros le faltan a Nuria para tener tantos como Marta?”

Problema reescrito:

“Marta tiene 356 euros y su hermana Nuria menos, ya que sólo tiene 234 euros. ¿Cuántos euros hemos de dar a Nuria para tener tantos como Marta?”

A la vista de los resultados vemos que el alumnado dice que prefieren que estén reescritos, en mayor grado en los problemas de la categoría de cambio. Los resultados de los problemas de comparación no se muestran con una preferencia clara, incluso los de Igualación son preferidos aquellos sin reescribir, aunque estos sólo fueron pasados a alumnos de ESO, que al mostrarse tan fáciles preferían los “*que tienen menos letra (enunciado)*”. Aunque habría de realizarse un estudio más exhaustivo y mucho más profundo sobre las categorías semánticas en todos los ciclos, parece que los problemas reescritos serían muy adecuados para los alumnos de Primaria. Nuestra pequeña muestra, así parece indicarlo. En cambio, en cursos más elevados la preferencia no parece indicar una reescritura de los enunciados, porque no lo necesitan, o porque prefieren que no se modifiquen.

Para ayudar a la organización del espacio en la resolución de problemas PAEV se ha visto que una buena estrategia operacional es parcelar el espacio del problema, separando cada trozo en la determinación de la incógnita (¿Qué me piden?), la explicación de los datos, el espacio para el cálculo operacional y el destinado al resultado. De esta forma se tiene controlado en todo momento los elementos del proceso. Veamos un ejemplo en la Figura 12

Matemáticas especiales
 para alumnos especiales

7. He anat a Zara i he comprat uns pantalons que valien 33,15 euros, un jersei que valia 12,70 euros, un cinturó de 7 euros i una bufanda que no recordo quant m'ha costat. Si en total he pagat 62,55 euros, quant m'ha costat la bufanda?

Quant ^{que} m'ha costat la bufanda

Operacio

$$\begin{array}{r}
 33,15 \\
 + 12,70 \\
 \hline
 45,85 \\
 + 7,00 \\
 \hline
 52,85 \\
 - 62,55 \\
 \hline
 09,70
 \end{array}$$

Dades
 un pantaló val 33,15 euros,
 un jersei val 12,70 euros,
 un cinturó val 7,
 i una bufanda que no se quan val.

Resultat
 R: La bufanda m'ha costat 9,70 euros

Be

Figura 12. Muestra de una buena distribución del espacio de un problema

Este tipo de organización, además, facilita al alumno con TDAH la organización del espacio físico, que como hemos indicado es una de las cuestiones que les cuesta mucho.

Hemos visto que gracias a los estudios realizados nos permiten conocer detalladamente las dificultades que muestra el alumnado con TDHA en el aprendizaje matemático, cuáles son los errores suelen cometer en la resolución de los problemas PAEV y cómo el conocimiento de éstos, pueden contribuir a la mejora de la enseñanza de las matemáticas.

Bibliografía

- Ackerman, P. T.; Anhalt, J.M.; Dykman, R.A.; Holcomb, P. (1986): "Effortful processing deficits in children with learning and attention disorders": Topic *in Learning and Learning Disabilities*, nº 7, pp. 12-22.
- Bermejo V.; Rodríguez, P. (1987). "Estructura semántica y estrategias infantiles en la solución de problemas verbales de adición". *Infancia y aprendizaje*, nº 39-40, pp. 71-81.
- Bermejo V.; Rodríguez, P. (1990). La operación de sumar. En V. Bermejo, El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones. Barcelona, Piados Educador.
- Carpenter, T.P.; Moser J.M. (1982). "The development of addition and subtraction problem-solving skills. En T.P. Carpenter J.M. Moser y T.A. Romberg (Ed.) Addition and subtraction: A cognitive perspective, pp. 9-24. Hillsdale, N.J. Erlbaum Associates.
- Carpenter, T.P.; Moser J.M. (1983). "The acquisition of addition and subtraction concepts. En R. Lesh y M. Landau (Ed.). Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, pp. 7-44. Orlando, Florida. Academic Press.
- Carpenter, T.P.; Moser J.M. (1984). "The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three." *Journal for Research in Mathematics Education*, nº 15, pp. 179-202.
- Casajús, A. (2005). La resolución de problemas aritmético- verbales por con Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH). Tesis doctoral. Universidad de Barcelona.
- Casajús, A.; Rosich, N. (2005). "La resolución de problemas aritméticos en alumnos con Transtorno de Déficit de Atención. Estudio comparativo. UNO: Revista de Didáctica de las matemáticas, nº 39, pp. 51-68.
- Geary, D. C. (1993). "Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychol. Bull*, nº 114, pp. 345-362.
- Giménez J.y Girono LL. (1990). Càlcul a l'escola. Reflexions i propostes. Barcelona. Graó.
- Informe Español Pisa (2003). Informe Español Pisa. Estudios Internacionales de evaluación. Madrid, INCE-MEC.
- Informe Español Pisa (2006). Programa para la evaluación Internacional de alumnos de la OCDE. Estudios Internacionales de evaluación. Madrid, INCE-MEC.
- National Council of Teachers of Mathematics NCTM (2000). "Estándares Curriculares de Matemáticas", disponible en <http://nctm.org>.
- Neshet, P.; Greeno, J.J.; Riley, M.S. (1982b). "The development of Semantic Categories for Addition and Subtraction". *Educational Studies in Mathematics*, nº 13, pp. 373-394.
- Neshet, P. (1982). "Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems." En T. P. Carpenter, J.M. Moser y T. Romberg, Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, N.J. Lawrence Erlbaum Associates.

Matemáticas especiales

para alumnos especiales

- Orjales, I. y Polaino - Lorante, A, (1992). Estilos cognitivos e hiperactividad infantil: los constructor dependencia- independencia de perceptivo e impulsividad - reflexividad. *Bordón*, nº 44, (4) pp. 421-430.
- Orjales, I. (2003). Déficit de atención con hiperactividad. Madrid. CEPE.
- Orrantia y cols. (1993). “La resolución de problemas de matemáticas: dificultades e instrucción”. *Siglo cero*, Vol. 28 (6), pp. 25-46.
- Puig & Cerdán (1988). Problemas aritméticas escolares. Madrid. Síntesis.
- Pisa (2003). Pruebas matemáticas y de solución de problemas. Instituto Nacional de evaluación y calidad del Sistema Educativo. Madrid. MEC.
- Rico, L. (2006). “Marco teórico de evaluación en Pisa sobre matemáticas y resolución de problemas.” *Revista de Educación*, nº extraordinario, pp. 277-294.
- Riley, M.; Greeno, J.y Séller, J.(1983).“Development of children’s problem – solving ability in arithmetic”. En H. Ginsburg: *The development of mathematical thin kings*. N.Y: Academic Press.
- Zentall, S.S. (1990). “Fact- Retrieval Automatization and Math Problem Solving by Learning Disabled, Attention- Disordered, and Normal. *Journal of Education Psychology*, nº 82, pp. 856-865.
- Zentall, S.S. y Ferkis, M: A. (1993). “Mathematical problem solving for youth with ADHD, with and without learning disabilities. *Learning Disability Quarterly*, nº 16, pp. 6-18.
- Zentall, S.S., Smith, Y.N., Lee Y.B. y Wieczorec, C.H. (1994). “Mathematical outcome of attention deficit hyperactivity disorder”. *Journal of Learning Disabilities*, nº 27, pp. 510-519.

Núria Rosich Sala Doctora en Ciencias de la Educación (Didáctica de las Matemáticas). Profesora Titular de Universidad de la Universidad de Barcelona. Desde hace años se ha especializado en el conocimiento del alumnado con necesidades educativas especiales en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. También en esta línea dirige el grupo Diversimat.

nurariosich@ub.edu

Ángel Casajús Lacoste es psicopedagogo y atiende alumnos con diversos tipos de dificultades en matemáticas en su instituto Pla de Boet (Barcelona). Se ha especializado en el conocimiento del aprendizaje y enseñanza de alumnos con hiperactividad. Forma parte del grupo Diversimat.

acasajus@xtec.cat