

Coordinadora: Alicia Bruno Castañeda

## Cinco cuadernillos para el estudio de los números dirigidos a alumnos con deficiencia auditiva

*M<sup>a</sup> Trinidad Cámara Meseguer*

### Resumen

Un grupo de profesores de Matemáticas e intérpretes de Lengua de Signos del IES Juan Carlos I de Murcia realizamos cinco cuadernillos en los que adaptamos los temas sobre números Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales a alumnos con deficiencia auditiva. Estos cuadernillos se realizaron a través de un proyecto de innovación llamado "El estudio de los números para alumnos con deficiencias auditivas (ESO y Bachillerato, 12-17 años)". En este artículo se explica cómo surgió el proyecto, la estructura de los cuadernillos realizados, su puesta en práctica y las perspectivas futuras.

### Abstract

A group of Mathematic teachers and Signal Language Interpreters of the Secondary School Juan Carlos I of Murcia made five booklets in which the study of Natural, Integer, Rational, Irrational and Real numbers was adapted for students with audio deficiencies. These booklets were made as part of an innovation project called "Numbers study for students with audio deficiencies (ESO and Bachillerato, 12-17 years)". This paper explains the origin of the project, the booklets structure, the application of the project and possible future applications.

### Introducción

Los alumnos oyentes (sin deficiencia auditiva) completan las explicaciones del profesor con la lectura de libros de texto y recuerdan continuamente cómo se dice  $\sqrt{\quad}$ ,  $\frac{3}{4}$ , 127,... pues lo están oyendo cada vez que el profesor los nombra en sus explicaciones.

Los alumnos con deficiencia auditiva y que se comunican en Lengua de Signos reciben la explicación a través de lo que sus ojos ven en la pizarra y los signos que la intérprete de Lengua de Signos realiza para comunicarles la explicación del profesor.

Pero, ¿cuándo ve escrito el alumno las palabras “raíz cuadrada”, “tres cuartos”, “ciento veintisiete”,...? ¿la terminología usada en los libros de texto resulta comprensible para una persona con deficiencia auditiva? ¿qué le cuesta más al alumno, entender las expresiones en español de un libro de texto o el concepto matemático?

Un grupo de profesores e intérpretes de Lengua de Signos del IES Juan Carlos I de Murcia, hemos realizado cinco cuadernillos sobre números en los que utilizamos estrategias distintas a las de otros libros de texto para tratar de solucionar los problemas antes expuestos.

## ¿Cómo surge el proyecto?

El IES Juan Carlos I de Murcia ha sido desde el curso 93-94 hasta el curso 06-07 uno de los centros de Murcia donde se integraban de forma preferente alumnos con deficiencia auditiva. La mayoría de estos alumnos se comunican en Lengua de Signos y en clase además del profesor de la asignatura, tienen un intérprete de Lengua de Signos.

Como profesora de Matemáticas trabajé con ellos por primera vez en el curso 98-99. En dicho curso me encontré con 2 alumnas en 1º de Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud y 2 alumnos en 1º de Bachillerato de Ciencias Sociales (16 años, es una enseñanza no obligatoria y preparatoria para la Universidad o módulos profesionales de grado superior). Los cuatro alumnos se comunicaban en Lengua de Signos y en todas mis clases tenía una intérprete de Lengua de Signos que hacía de puente de comunicación.

A pesar de tener intérprete de Lengua de Signos, me resultaba muy desagradable no poder dirigirme a mis alumnos directamente y necesitar siempre de una intérprete. Decidí comenzar a aprender Lengua de Signos y pronto pude relacionarme con ellos de forma más directa.

Al curso siguiente, al comenzar a comunicarme en Lengua de Signos con cierta soltura, desde jefatura de estudios se plantea la posibilidad de dar clase de matemáticas a los alumnos de 3º y 4º ESO (los 2 últimos años de enseñanza obligatoria, 14-15 años) en pequeños grupos formados por alumnos con deficiencia auditiva. Durante este curso, al tratar a los alumnos de forma más directa e individual, observé algunas situaciones curiosas:

- Así, una alumna que ya realizaba actividades como calcular  $\sqrt{1024}$  con cierta soltura, se queda parada ante la siguiente actividad:  
“Halla la raíz cuadrada de: a) 121            b) 900            c) 1764”

Le pedí que leyese otra vez la actividad porque sí sabía hacerla, y al observar sus manos vi como la expresión “raíz cuadrada” la signó como “raíz de un árbol y un cuadrado (polígono)”

Esto me hizo pensar ¿cuándo le había dicho yo que  $\sqrt{\quad}$  se dice “raíz cuadrada”? Y si se lo dije fue una sola vez, mientras que sus compañeros oyentes lo estaban oyendo continuamente en clase.

- Otra vez en un examen había dos preguntas:
  1. Descompón en factores: a) 256      b) 363      ...
  2. Halla el m.c.d. y m.c.m. de 1024 y 500.

Una alumna contestó correctamente a la segunda cuestión pero ni siquiera empezó la primera. Al preguntarle por qué no hizo la primera pregunta me dijo: “¿qué es “descompón en factores”?”

- Al trabajar con programas de ordenador, lo que más les costaba a estos alumnos eran actividades en las que se relacionaban polígonos con su nombre, números con su nombre,...

Todas estas experiencias y las que la intérprete observaba, nos llevaron a plantearnos la posibilidad de escribir los temas adaptados a su lengua para que tuviesen un libro de consulta y refuerzo, al igual que lo tenían sus compañeros oyentes.

En un principio, se pensó en adaptar los libros de texto que llevaban sus compañeros, pero esto era muy arriesgado ya que estos libros cambian después de unos años. La otra opción que barajamos, y que finalmente llevamos a la práctica, era la de escribir los temas adaptados independientemente de cualquier editorial.

## Realización del proyecto

Al comenzar el curso 00-01 un grupo de profesores del departamento de Matemáticas y las dos intérpretes de Lengua de Signos del IES Juan Carlos I, solicitamos ayuda a través de un proyecto de innovación para realizar cinco cuadernillos adaptados a alumnos con deficiencia auditiva sobre los números:

1. Los números naturales.
2. Los números enteros.
3. Los números racionales.
4. Los números irracionales.
5. Los números reales.

Estos temas no se corresponden con el curriculum de ningún curso pero sí forman un bloque importante que se estudia desde los primeros cursos de secundaria hasta primero de bachillerato.

Así, el primer tema es abordado por alumnos oyentes en la etapa de primaria (hasta 12 años), pero para una persona con deficiencia auditiva la resolución de problemas con texto resulta muy complicada y se pospone su estudio hasta la etapa

*para alumnos especiales*

de secundaria (12-15 años). Los temas 2 y 3 se estudian de forma cíclica a lo largo de toda la secundaria (12-15 años). Los temas 4 y 5 se desarrollan sobre todo en 3<sup>o</sup> y 4<sup>o</sup> de ESO (14-15 años) y en 1<sup>o</sup> de Bachillerato (16 años).

Las diferencias entre la forma de abordar estos temas en estos cuadernillos y en un libro de texto normal son:

1. Recordar de forma reiterada como se dicen los símbolos y números que aparecen en el texto.
2. Explicar mediante sinónimos, dibujos o Lengua de Signos aquellos términos que consideremos interesantes que un alumno conozca.
3. Adaptar las explicaciones tanto de teoría como de problemas resueltos. Para ello, en lugar de realizar la explicación usando muchas frases (como acostumbramos a hacerlo con alumnos oyentes), hacemos explicaciones más visuales: con flechas, color, frases cortas,...
4. Transcribir la explicación teórica adaptada a una explicación tal y como aparece en cualquier libro de texto para que se vayan familiarizando con la terminología y expresión de los libros de texto normales.
5. Abordar en cada cuadernillo el tema con la misma profundidad que lo harían los libros de texto normales.

### *Estructura de cada cuadernillo*

Cada tema o cuadernillo se divide en tres partes:

- Teoría.
- Problemas resueltos.
- Problemas propuestos.

El apartado de teoría se realiza en doble versión:

- Las páginas derechas desarrollan el contenido tal y como puede aparecer en cualquier libro de texto y las realizaron los profesores del departamento de Matemáticas (Fig. 1).
- En las páginas izquierdas aparece el texto adaptado. Tratan el mismo contenido que la correspondiente página derecha, pero usando otros recursos que hiciesen más fácil la comprensión a un alumno con deficiencia auditiva (Fig. 2). Estas páginas las realizamos entre las intérpretes de Lengua de Signos y yo (profesora de Matemáticas con conocimiento de Lengua de Signos y experiencia en la enseñanza a alumnos con deficiencia auditiva).

Los recursos utilizados para adaptar el texto fueron: frases modificadas para tener una estructura más cercana a la Lengua de Signos (Fig. 3), flechas (Fig. 4), uso del color (Fig. 4 y 5), explicaciones al margen (Fig. 6),...

Posteriormente, una alumna sorda profunda de 1<sup>o</sup> de bachillerato de ciencias leía las páginas adaptadas y marcaba todas las palabras o expresiones que no

entendía. Si lo marcado creíamos que se podía cambiar o explicar de otra forma, lo modificábamos, pero si no, se ponía en cursiva y se aclaraba al margen usando un sinónimo, una explicación, un dibujo o un signo (Fig. 7). También, se usó el margen para recordarles cómo se leen determinadas expresiones matemáticas, números, fracciones, raíces,... (Fig. 8).

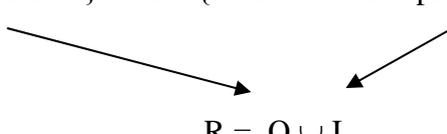
<b>LOS NÚMEROS REALES</b>	
Llamamos números reales al conjunto formado por los números racionales y los números irracionales. Los números reales se representan como R.	
$R = Q \cup I$	
Así, los números que hemos visto en estas 5 unidades se pueden resumir en:	
$N = \{0, 1, 2, \dots\}$	
↓	
$Z = N \cup \{-1, -2, -3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$	
↓	
$Q = Z \cup \{\text{fracciones}\} \quad I = \{\text{números con expresión decimal infinita}\}$	
	
$R = Q \cup I$	
En este tema vamos a definir una serie de conceptos que afectan a todos los números estudiados hasta ahora.	

Figura 1: Ejemplo de un fragmento de lo que sería una página sin adaptar.

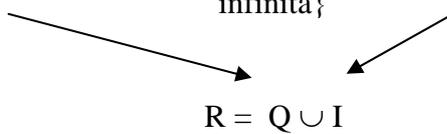
<b>NÚMEROS REALES</b>	
Recuerda: $\cup$ quiere decir unión	Los números reales son los números racionales + los números irracionales. Su signo es R.
 <p>concepto</p>	$R = Q \cup I$
	Resumen de los números que ya hemos visto en los temas 1 hasta el 5:
	$N = \{0, 1, 2, \dots\}$
	↓
	$Z = N \cup \{-1, -2, -3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
	↓
$Q = Z \cup \{\text{fracciones}\} \quad I = \{\text{números con expresión decimal infinita}\}$	
	
$R = Q \cup I$	
En este tema, vamos a explicar algunos <i>conceptos</i> que valen para todos los números ya estudiados hasta ahora.	

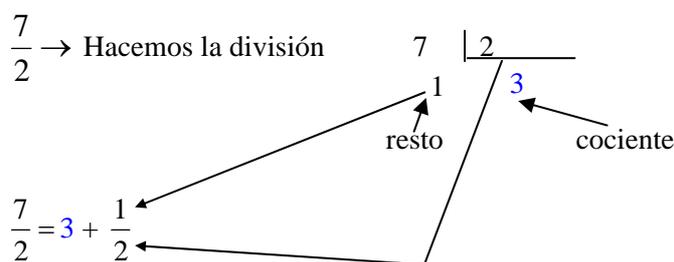
Figura 2: Ejemplo del mismo fragmento de la Figura 1 pero en la página adaptada.

Para hacer algunas operaciones (ordenar, suma y resta) hacen falta fracciones con el mismo denominador (nº de abajo). ¿Cómo se hace?

Para realizar ciertas operaciones que después explicaremos, como: ordenación, suma y resta, necesitamos que todas las fracciones que intervienen en dicha operación tengan el mismo denominador.

Figura 3: Ejemplo del mismo texto en la página izquierda (adaptado) y en la página derecha. Se trata de construir frases con una estructura parecida a la Lengua de Signos y que el vocabulario empleado sea de fácil comprensión.

Ejemplos:



**SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES**

Para simplificar los radicales, primero descomponemos el radicando (el número dentro de la  $\sqrt{\quad}$ ) y después, si podemos simplificamos, ¿cómo?

1. Sacar números fuera de la raíz. ¿Cómo? los exponentes divididos (:) entre índice de la raíz. Salen fuera números ¿cuántos? Según cociente. Números dentro ¿cuántos? según resto.

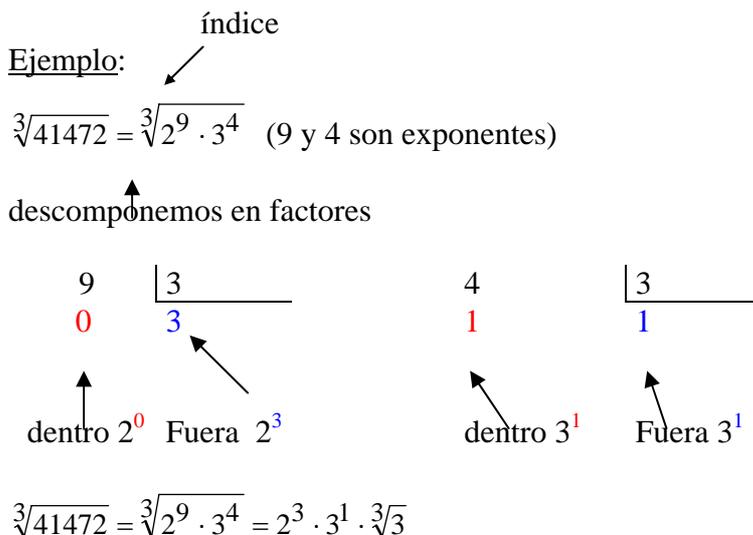


Figura 4: Ejemplos de cómo el uso del color y de las flechas ayudan al alumno a seguir la explicación, evitando utilizar texto. Fragmentos de páginas adaptadas.

Por ejemplo 543

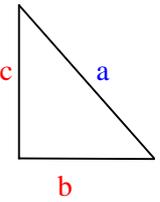
centenas	decenas	unidades
5	4	3

5 centenas, 4 decenas y 3 unidades → 5 veces cien, 4 veces diez y 3 unidades →  $500 + 40 + 3$

Figura 5: Ejemplo de cómo el uso del color es el que hace que el alumno relacione centenas con el número de cientos y con 00. Fragmento de una página adaptada.

**Recuerda:**  
*Teorema de Pitágoras.* Es una fórmula que dice:

En un triángulo rectángulo la hipotenusa al cuadrado = cateto al cuadrado + otro cateto al cuadrado

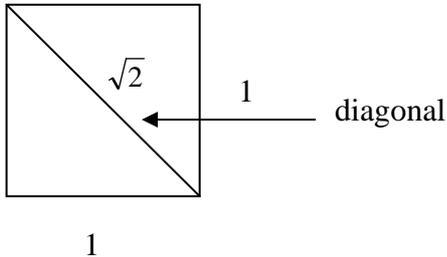


$a^2 = b^2 + c^2$   
 a se llama hipotenusa  
 b y c se llaman catetos  
*Primos entre sí:* dos números son primos entre sí ¿cuándo?  
 Descomponemos; si no hay factores iguales, son primos entre sí

Número par: si número es igual a  $2 \cdot$  otro número.

SIEMPRE si  $n^\circ \uparrow 2$  es par entonces  $n^\circ$  es par

c) Un cuadrado, con lado entero (un número sin decimal, sin coma) entonces la diagonal mide un número irracional. Ejemplo un cuadrado con lado = 1, usamos el *teorema de Pitágoras*, y la diagonal mide  $\sqrt{2}$



$\sqrt{2}$  es irracional, ¿cómo lo sabemos? Irracional quiere decir que no es igual a una fracción.

Ejemplo: Si  $\sqrt{2} = \frac{c}{d}$ ; simplificamos  $\frac{c}{d}$  hasta que no podamos más →  $\frac{a}{b}$

$\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ , a y b son enteros, y *primos entre sí*.

Entonces pasamos b arriba →  $b \cdot \sqrt{2} = a$   
 y elevando al cuadrado  $\uparrow^2 \rightarrow b^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = a^2 \rightarrow b^2 \cdot 2 = a^2$

Entonces  $a^2$  es un número (da igual cuál), pero par, porque:  $a^2 = 2 \cdot b^2$   
 Si  $a^2$  es par entonces a es par, lo que quiere decir que a es igual a  $2 \cdot$  otro número (da igual cuál), por ejemplo  $t \rightarrow a = 2 \cdot t$

$a^2 = 2 \cdot b^2 \rightarrow (2 \cdot t)^2 = 2 \cdot b^2 \rightarrow 4 \cdot t^2 = 2 \cdot b^2 \rightarrow \frac{4}{2} \cdot t^2 = b^2 \rightarrow 2 \cdot t^2 = b^2$

Entonces  $b^2$  es par (porque  $b^2 = 2 \cdot t^2$ ) → Entonces b es par.

Eso es imposible, porque yo antes he dicho que a y b son primos entre sí, no pueden ser los dos par.

Figura 6: Ejemplo de explicaciones al margen como complemento a la explicación. Fragmento de una página adaptada.

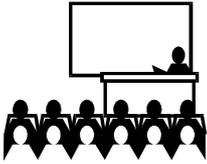
<p><i>mides</i> → del verbo medir</p>	<p>Muchas veces cuando tú <i>mides</i> una cosa, no puedes decir el número exacto, dices el número aproximadamente ....</p>
<p><i>sótano</i> = pisos bajo tierra. Ejemplo: garaje de coches en El Corte Inglés</p>	<p>Los números naturales no valen para todas las situaciones de la vida. Por ejemplo seguro tú has visto un ascensor. El ascensor tiene números negativos (-), por ejemplo -1, -2, -3 que quiere decir <i>sótanos</i> de un edificio; la temperatura también puede ser negativa, ejemplo -10°, -11°, -3°, que quiere decir "menos de 0".</p>
<p><i>JERARQUÍA</i> = orden</p>	<p><b>JERARQUÍA DE OPERACIONES</b></p>
 <p>latbus 785094 C caja murcia bono</p>	<p>Jorge para ir al instituto tiene que coger el autobús que le cuesta 1 € por viaje.</p> <p>a) ¿Cuánto se gasta al mes en el autobús?                  b) Si saca un <i>bono</i> de 20 viajes que le cuesta 18 €, ¿gastará más con el bono o menos?</p>
 <p>2 filas con 6 <i>asientos</i> en cada fila</p>	<p>En un cine hay 20 filas y 25 <i>asientos</i> en cada fila. ¿Cuántas personas pueden sentarse en el cine?</p>
 <p><i>contar</i></p>	<p>Estos números se empezaron a usar hace mucho tiempo, y se usan mucho para <i>contar</i> cosas, aunque nosotros también las usamos para otras cosas:</p>
 <p><i>Descuento/rebajado</i></p>	<p>En unos grandes almacenes están <i>rebajados</i> todos los artículos un 20%. Indica el precio final de cada uno de los siguientes artículos:</p> <p>a) Una falda de 36´14 euros.                  b) Una cámara de fotos de 70´3 euros                  c) Un juego de 30´12 euros</p>

Figura 7: Ejemplos de cómo usamos el margen para explicar las palabras que aparecen en cursiva en el texto. Estas palabras han sido marcadas por alumnos sordos profundos como desconocidas. Fragmentos de páginas adaptadas.

<p>1/8 se dice un octavo</p> $\frac{162}{135} = \frac{54}{45} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$ <p>se dice: 162 partido por 135 es igual a 54 partido por 45 es igual a 18 partido por 15 es igual a seis quintos</p>	<p><b>1 / 8</b> de pizza quiere decir: de una pizza hacemos <b>8</b> partes y cogemos <b>1</b></p> <p>...</p> $\frac{162}{135} = \frac{54}{45} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$ <p>.....</p>
<p>los números -1, -2, -3, ... se llaman números <b>negativos</b> y los números 1, 2, 3, ... se llaman números <b>positivos</b>. Los números negativos se leen: -1 → menos uno -2 → menos dos ...</p>	<p>Los números naturales no valen para eso, necesitamos otros números: los números enteros. El conjunto de números enteros se llama Z y son los números 0, 1, -1, 2, -2, 3, -3 ...</p> $Z = \{....., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...\}$
<p>Depende n se dice: <math>\sqrt{\quad}</math> raíz cuadrada <math>\sqrt[3]{\quad}</math> raíz cúbica <math>\sqrt[4]{\quad}</math> raíz cuarta <math>\sqrt[5]{\quad}</math> raíz quinta .....</p>	

Figura 8: Ejemplos de cómo usamos el margen para recordarles como se leen distintos números. Fragmentos de páginas adaptadas.

El motivo por el que se escribió la teoría a doble página era que los alumnos fuesen capaces de entenderla en las páginas izquierdas y pudieran comparar con las páginas derechas y de esta forma, en un futuro, fueran capaces de entender otros libros de matemáticas.

Los apartados de problemas (tanto problemas resueltos como problemas propuestos) tienen un formato diferente al de la teoría. Se escriben sólo en una versión y, por tanto, no hay distinción entre páginas derechas e izquierdas.

Los enunciados aparecen tal y como pueden aparecer en cualquier examen o libro de texto, y sólo llevan aclaradas al margen (con un signo, un dibujo, una explicación o usando sinónimos) todas aquellas palabras o expresiones que los alumnos sordos de nuestro centro nos indicaron que no conocían (nunca se adaptan estos enunciados).

Las palabras o expresiones aclaradas al margen, aparecen en cursiva en el texto para indicar al alumno que tiene una explicación en el margen.



## Puesta en práctica del proyecto

Una vez realizados los cuadernillos seguimos dos vías de actuación:

1. Tratar de conseguir su publicación en formato libro.
2. Trabajar estos cuadernillos en el aula con alumnos con deficiencia auditiva.

El primero de los objetivos no se pudo conseguir porque al ser cuadernillos que usaban varios colores resultaba muy cara su publicación, y la Consejería optó por su publicación en formato CD (ver bibliografía).

El no disponer de estos cuadernos en forma de libro hizo que trabajáramos con cuatro o cinco copias que cada año reutilizaban diferentes alumnos. De esta forma la experimentación no fue tan completa como deseábamos.

Sí fue muy positiva, desde mi punto de vista, la apuesta que el centro hizo por estos alumnos, consiguiendo las suficientes horas de apoyo en Secundaria como para que yo pudiese trabajar sólo con ellos y darles clase en pequeños grupos separados de sus compañeros. Yo impartía estas clases en Lengua de Signos y trabajaba con ellos estos cuadernillos y otros temas no adaptados. Observé que tras unos primeros días de explicación de los cuadernillos y de atención individualizada, los alumnos eran capaces de seguir ellos solos el libro realizando preguntas puntuales.

Así, dependiendo de la tipología del grupo de alumnos se siguieron distintas metodologías:

- En grupos muy heterogéneos, cada alumno trabajaba un cuadernillo diferente, según el nivel en que se encontraba (Naturales, Enteros,...) que se le iba completando con más ejercicios propuestos. Ellos solos, a través de la lectura de los problemas resueltos y algo de la teoría, eran capaces de realizar los problemas propuestos y sólo realizaban preguntas puntuales, sobre todo de vocabulario. Esto permitía una atención individualizada y que cada alumno avanzase según sus capacidades.
- En grupos más homogéneos y sobre todo en 4<sup>o</sup> de ESO (15 años), curso anterior a bachillerato, en donde estos alumnos se incorporaban al aula normal en clase de Matemáticas, se siguió una metodología más parecida a la usada en clase con alumnos oyentes. Así, yo les explicaba los contenidos teóricos en Lengua de Signos, les proponía problemas para casa, y al día siguiente se resolvían estos problemas en la pizarra y se discutían dudas, tanto matemáticas como de vocabulario. Así, por ejemplo, me resultó curioso el día que al trabajar los porcentajes y realizar un ejercicio sobre el IVA (impuesto del valor añadido) y tratar de explicarles qué era el IVA, mis alumnos no supiesen qué eran los impuestos, que sus padres pagaban al estado un impuesto y que este se pagaba también al comprar una casa o un coche,... Ese día la discusión no fue matemática sino sobre por qué había que pagar impuestos, para qué usaba el estado ese dinero,...

No se experimentaron estos cuadernillos en Bachillerato, cuando el alumno ya estaba integrado en el aula. Sólo algún alumno pidió prestado alguno de ellos para repasar algún concepto.

## Futuros proyectos

En la actualidad los alumnos con deficiencia auditiva de Murcia están integrados de forma preferente en otro centro en el que se ha puesto en marcha este año un nuevo proyecto de atención a alumnos con deficiencia auditiva llamado proyecto ABC.

Para que estos cuadernillos sean útiles a cualquier alumno con deficiencia auditiva, es imprescindible su reproducción en forma de libro que se pueda distribuir entre todo el que desee tenerlo como libro de consulta. Si esto fuese posible, debería:

1. Mejorarse el apartado de problemas propuestos, completando la colección de problemas ya que la experiencia nos indicó que eran escasos.
2. Realizar otros cuadernillos de temas interesantes y que en los libros de texto normales aparecen con mucho vocabulario como: proporcionalidad numérica, ecuaciones y sistemas de ecuaciones,...

## Bibliografía

- Coordinadora: M. T. Cámara Meseguer (2002): "El estudio de los números para alumnos con deficiencias auditivas (ESO y Bachillerato)". Edición digital. Consejería de Educación y Cultura. Dirección General de Formación Profesional, Innovación y Atención a la Diversidad. Región de Murcia.

**M<sup>a</sup> Trinidad Cámara Meseguer** es licenciada en Matemáticas e Ingeniera Informática por la Universidad de Murcia y profesora de Matemáticas en el IES Juan Carlos I de Murcia, donde coordinó el programa de sordos durante los cursos 02-03 a 06-07. Ha participado en varias ponencias y publicaciones relacionadas con la enseñanza de deficientes auditivos, y en la elaboración del proyecto ABC para Secundaria (Consejería de Educación y Cultura de Murcia, Dirección General de Atención a la Diversidad). Es coautora de varios libros de texto de Matemáticas para Bachillerato y Taller de Matemáticas para ESO (editorial Edelvives) y del libro blanco del Taller de Matemáticas (Ministerio de Educación).