UNIÓN
REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA
Diciembre de 2008, Número 16, páginas 7-27
ISSN: 1815-0640
firma invitada

Matemáticas para compartir la belleza

Rafael Pérez Gómez

> *El poder de las Matemáticas es sólo comparable al de la pasión y al de la insania, de ahí que uno las ame o las aborrezca con la intensidad reservada a lo divino.*
>
> ***Jorge Volpi***

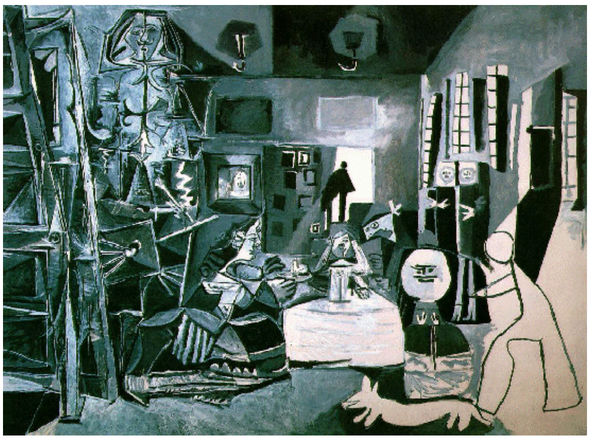
Introducción

Siempre aprendí que una persona es un animal racional, cualidad ésta que nos distingue del resto de los seres vivos. Con el tiempo he comprendido que somos más animales emocionales que racionales ya que la mayoría de las decisiones las tomamos desde el corazón y no con el cerebro. Entonces, ¿qué será más importante: educar en la práctica de pensar bien o en el control de las reacciones? Desde la enseñanza de las Ciencias y Tecnologías se persigue, entre otros, el objetivo de aprender a razonar en situaciones problemáticas; desde las Humanidades, el desarrollo de la sensibilidad y equilibrio emocional. Viene de antiguo la exigencia de educar en el *trivium* y *cuadrivium*, las 7 artes liberales, para llegar a ser “personas libres”. Mas, en un mundo globalizado, no basta con que la ciudadanía tenga capacidad para utilizar las tecnologías y asumir los avances científicos sino que debe desarrollar valores que caractericen a esa nueva sociedad que estamos forjando entre todos. Paz, democracia y solidaridad deben ser tres puntos obligados para definir este nuevo plano social sin olvidar otros logrados con anterioridad como la libertad, la igualdad y la fraternidad. El desarrollo de la inteligencia emocional, y no sólo la racional, es pieza clave en esa nueva educación necesaria para lograr que otro mundo sea posible.

Ahora, con rabiosa actualidad, surgen voces que exigen una mejor formación ciudadana en Matemáticas que garantice el desarrollo científico y tecnológico de un estado, o conjunto de ellos, a fin de evitar la dependencia tecnológica de otros y alcanzar el equilibrio socioeconómico y político al que aspiramos. Está bien, pero llegados a este punto, conviene recordar las palabras de Jacobi en una carta a Legendre en julio de 1830:

> La finalidad primordial de las Matemáticas no consiste en su utilidad pública y en la explicación de los fenómenos naturales… sino en rendir honor al espíritu humano.

Son demasiadas las personas que, a fuerza de recibir suspensos en Matemáticas, han acabado renegando de ellas. Como, intrínsecamente unidos a los recuerdos están las sensaciones y las emociones, hablar de Matemáticas puede provocar escalofríos en personas ajenas a nuestra disciplina. Las líneas que siguen están concebidas para que las utilicemos como un intento de reconciliación con ellas. Voy a hacerlo mostrando cómo han servido las Matemáticas para crear una belleza que sin ellas hubiera sido imposible conseguir y cómo me explico, a mí mismo, la que puedo percibir a mi alrededor. Por tanto, mi ya querido lector o lectora, voy a presentarle cómo seducir matemáticamente, ¡claro está!, a una persona de "Letras" escribiendo una larga conversación que mantuve con don Diego de Velázquez y Silva y Pablo Ruiz Picasso, simultáneamente. Tuvo lugar en Madrid, el día 23 de Junio de 2006. Eran las 10.40 horas de la mañana cuando llegué a estar entre "dos meninas". Por un momento me sentí infante ya que a mi izquierda estaban *Las meninas* que permanentemente se exhiben en el Museo del Prado, y, a la derecha, *Las meninas* que ocasionalmente se encontraban también allí, enfrentadas a las primeras, procedentes del Museo Picasso de Barcelona. Había ido a visitar la exposición que, con motivo de los 25 años con el Guernica, se organizó en los museos madrileños del Prado y Reina Sofía: *Picasso, tradición y vanguardia*.



Figuras 1 y 2. Las meninas de Velázquez y las de Picasso

En aquel momento tenía enfrentadas formas precisas de un lado y, del otro, otras que no lo eran (algunas incluso estaban reinventadas); a mi izquierda había una sinfonía de colores perfectamente orquestada en contraste con blancos y negros o grises azulados de mi derecha; una luz lateral y otra al fondo, cinco del mismo lado más, también, la del fondo; un lienzo vertical y otro horizontal;… Comenzaron a resonar y, a la vez, a apelotonarse muchas preguntas en mi cabeza, provocadas sin duda por mis rápidas y desordenadas miradas hacia ambos lados en donde se encontraban los cuadros. Nada más parecía existir a mí alrededor. Ya estaba inmerso en la búsqueda de las claves que tanto Velázquez como Picasso habían plasmado en sus obras. ¿Qué estaban diciéndome ambos pintores? Tras el desasosiego inicial (¡siempre sucede igual!) viene la calma y la reflexión serena. Es entonces cuando comienzo a elaborar, ordenadamente, conjeturas. Desde mi formación sé que las Matemáticas juegan un papel importante a la hora de facilitar la comunicación entre personas, aunque sus culturas estén distantes aún en el tiempo. El uso de **símbolos** con significado colectivo y universal es una característica de las Matemáticas. El Arte, en general, se apoya en la reproducción de ciertos códigos con los que cada artista nos hace llegar su mensaje, sin tiempo ni lugar, utilizando como medio de comunicación su obra. Además, la creación artística exige el dominio de determinadas técnicas y normas compositivas que, en ocasiones, han ido unidas al conocimiento matemático de la época. El hecho de darme cuenta de que una obra de arte "habla" a quien sabe interrogarla, ha creado en mí la práctica de intentar acercarme a quien la creó estableciendo una "conversación" que gira a su alrededor. Desde los símbolos que veo en ella y su composición estructural, busco las claves que han hecho que sea auténtica, bella y tenga valor actual, características obligadas que ha de tener una producción artística para que sea considerada obra de arte universal. De esta forma puedo profundizar en ellas, ver más allá de lo que puede ser evidente y descubrir toda su belleza para, después, compartirla con los demás ofreciendo un punto de vista, ni mejor ni peor que el de otras personas, que es el mío propio.

Durante la visita al Prado gocé hasta el punto de emocionarme, como para que se humedeciesen mis ojos en más de una ocasión. Pude ver bastantes aspectos y realizar un sin fin comparaciones, también de anotaciones que me permitieron seguir pensando de vuelta a casa. Velázquez y Picasso me hablaron sobre todo lo que sigue.

Dos genios, dos geometrías y un cuadro: *Las meninas*

Hace algo más de 125 años que nacía en Málaga Pablo Ruiz Picasso. Todo un referente del vanguardismo artístico del siglo pasado y, sin lugar a duda, el pintor español más influyente de dicho siglo. No voy a entrar en las diferentes etapas de su pintura que desde los períodos azul y rosa, el cubismo, la recuperación del orden clásico en los años 20, su relación con el movimiento surrealista, los difíciles años entre la Guerra Civil española y la II Guerra Mundial hasta las fértiles últimas décadas de su producción. Sólo voy a referirme a la serie que realizó de *Las meninas* cuando contaba con 76 años de edad, era multimillonario y contaba con el reconocimiento internacional como artista. Entonces, ¿por qué hace 58 cuadros en dicha serie? Es evidente que nunca pretendió copiar a Velázquez. Así mismo, tampoco necesitaba dinero porque ya tenía más que suficiente. Entonces, ¿qué buscaba?

El lenguaje de Velázquez

Diego de Velázquez, con su barroquismo, muestra diferentes cuadros dentro de un mismo cuadro. Es el caso de *La familia real*, nombre inicial de *Las meninas*, a pesar de que faltan en la escena el príncipe Baltasar Carlos (fallecido con anterioridad a la realización del cuadro) y la infanta María Teresa.

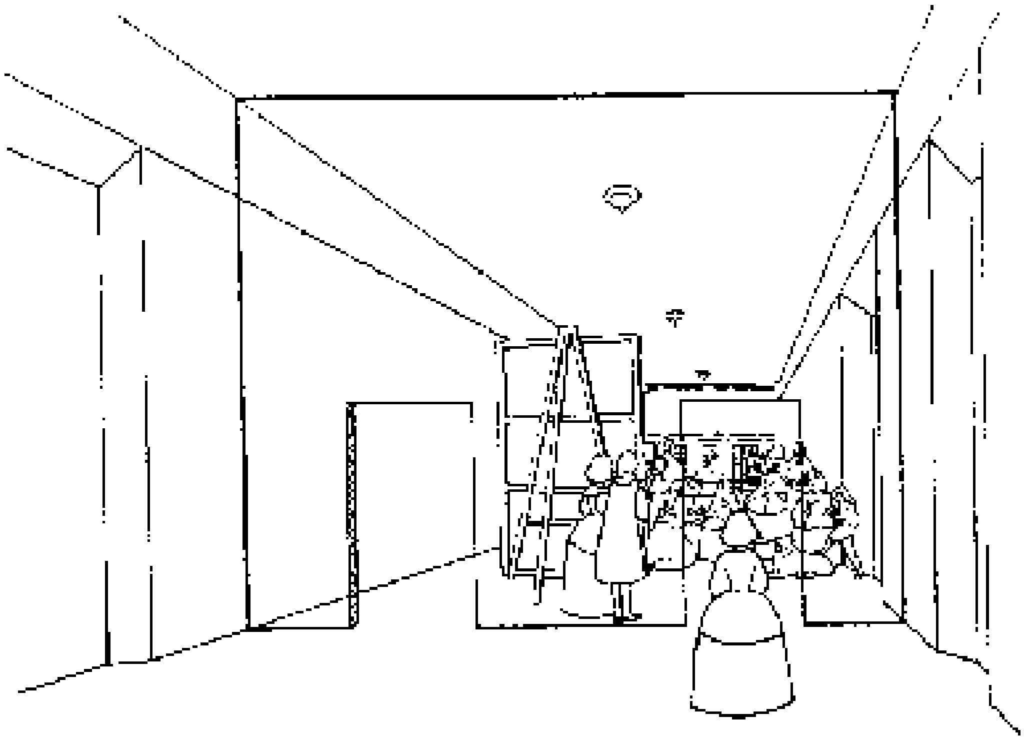


Figura 3. Posible situación de los personajes durante las sesiones de elaboración de *Las meninas*. La habitación en la que se representa la escena forma parte de los que fueron aposentos del príncipe Baltasar Carlos. Fuera, y de espaldas, se encuentra la infanta María Teresa, razón por la que no se refleja en ningún espejo. Ya, dentro de ella, también de espaldas, podemos ver a los reyes.

El pintor barroco. Nos narra diferentes historias ligadas a personajes, unos de la Mitología (como Minerva y Aracne o Apolo y Marsias, en sendos cuadros colgados en la pared del fondo)y otros de la familia real (como Felipe IV, su esposa doña Mariana de Austria y la infanta Margarita, hija de ambos) junto a su corte: las dos meninas, doña María Agustina de Sarmiento y doña Isabel de Velasco, entretenedores de la infanta, como la enana María Bárbola y Nicolasito Pertusato (que no era ningún niño, a pesar de su apariencia), las personas encargadas de su vigilancia, Mercedes de Ulloa y Diego Ruiz de Azcona, y el aposentador de la reina Nieto Velázquez.

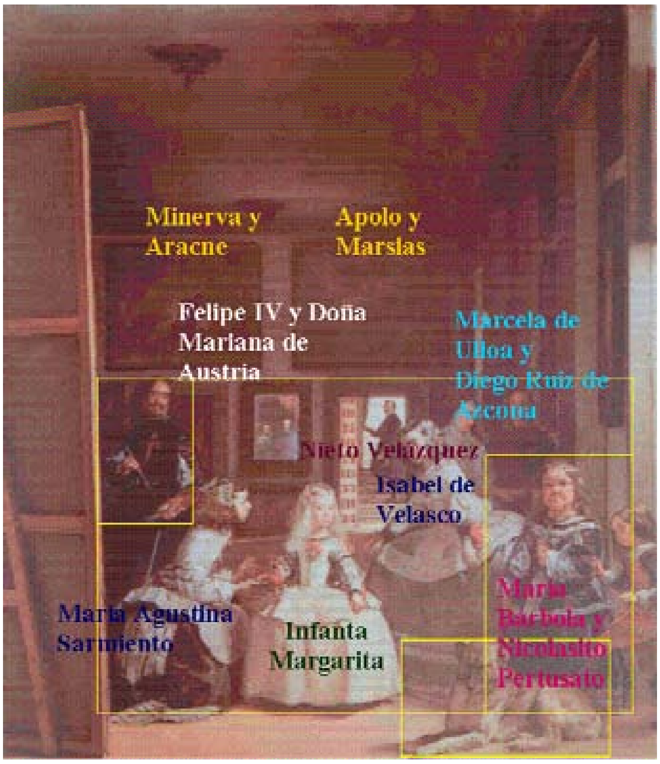


Figura 4. Personajes de Las meninas

También se dibuja a sí mismo en la escena reivindicando la faceta intelectual de su trabajo, considerado hasta el momento como meramente artesanal, lo que le daba carácter caballeresco y no de artesano, y lo hizo sin tener el atrevimiento de figurar junto a los reyes, razón por la cual los hace aparecer reflejados en el espejo de la pared del fondo. Velázquez se encuentra pintando un cuadro. Hay quien sostiene que se trataba, recursiva y barrocamente, de las mismas Meninas. Pero también hay quienes sostienen que se trata de un lienzo sin trazo alguno, cuan *tabula rasa*, en alusión a la mente de la infanta Margarita que, al igual que el cuadro, hay que desarrollar de forma armoniosa desde la educación en los clásicos (de ahí las escenas mitológicas antes dichas de los cuadros que hay en la habitación).

Por último, debo señalar que la escena central refleja una costumbre de la época como es la bucarofagia. Consistía en comer un barro rojo que provocaba la eliminación de glóbulos rojos en la sangre y daba a la piel el tono blanquecino que la moda del momento imponía. Además, servía como anticonceptivo y corrector de desarreglos hormonales. Lope de Vega lo dice en “El acero de Madrid”: *Niña de color quebrado/o tienes amores/o comes barro*. Ese es el motivo central del cuadro: doña Agustina de Sarmiento entrega un búcaro a la infanta Margarita, no para que beba agua sino para que se coma el barro.

La composición geométrica. Desde el punto de vista técnico, *Las meninas* de Velázquez marcan el cenit de la pintura basada en el uso de la perspectiva y en la composición geométrica. Esta última se basa en la creación de espacios según rectángulos áureos, en los que se inscriben tanto personajes como elementos decorativos de la habitación, y en la iluminación de la escena central creando una atmósfera con un aire inigualable que se "mueve" siguiendo una espiral, también áurea o de Durero, que se crea mediante el método de los rectángulos recíprocos internos a partir de un rectángulo áureo[1]. Salvador Dalí, al ser preguntado en una entrevista acerca de qué salvaría del Prado en caso de incendio, dijo que "Salvaría Las Meninas de Velázquez. Concretamente, el aire que hay en ellas que es el mejor aire jamás creado en un cuadro".

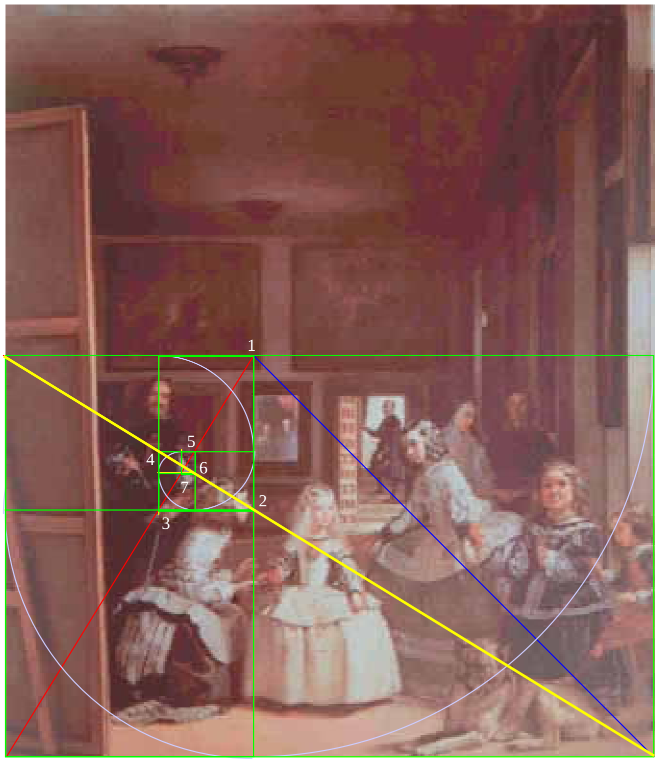


Figura 5. Espiral de la luz

Obsérvese cómo la luz que entra por las ventanas laterales de la habitación sigue el camino marcado por la espiral hasta llegar, prácticamente, a la paleta del pintor. Otro guiño más que Velázquez nos hace, ya que toda la luz del cuadro sale realmente de dicha paleta. Picasso es plenamente consciente de la importancia del "aire" de *Las meninas* y la resalta al dibujar ni más ni menos que 5 luminosas ventanas (ver Figura 2) en lugar de una.

Figura 6

[1] **Ver figura 6**
Para que un rectángulo sea considerado áureo o de oro, su proporción (cociente entre la longitud del lado mayor y la del menor) tiene que ser el número $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Actualmente, las cartillas de ahorro y tarjetas de crédito pueden ser consideradas como rectángulos áureos. En la imagen han sido colocadas de forma que se visualice la construcción de un rectángulo áureo, la tarjeta Maestro de Caja Granada, recíproco interno al también áureo materializado por la cartilla de ahorro que está debajo en la composición.

Antes de continuar, conviene hacer una breve reflexión. Al estar presente el pintor en la escena es fácil imaginar que utilizó un gran espejo para verla reflejada en él mientras la dibujaba. Pero no resulta tan fácil si se piensa que los espejos invierten la orientación del espacio (recuérdese cómo figura escrito el nombre AMBULANCIA sobre tales vehículos) y para que tal cosa no se produzca hemos de trabajar sobre la imagen reflejada en un segundo espejo para que se deshaga la inversión. Esto nos lleva a pensar que Velázquez trabajó mirando la escena en un doble espejo colocado en el suelo como un libro abierto por unas "páginas" que son espejos; en el de la derecha se refleja la imagen directa de la escena y esta, a su vez, se refleja en el de la izquierda.

Las meninas de Velázquez están consideradas como el cuadro en el cual se aplican de forma magistral todas las teorías sobre el uso de la perspectiva descubiertas hasta el s.XVII. Nadie ha conseguido mejorar la representación del espacio físico tridimensional en un cuadro[2]. De ahí, que *Las meninas* de Velázquez marcasen un antes y un después en la Pintura al aplicar, no sólo la perspectiva lineal, sino también la menguante, la del color, la aérea y la alternancia luz-penumbra.

Figura 7. El geógrafo. Vermeer, 1668-69.

[2] Vermeer of Delft, fue un pintor barroco como Velázquez. Aunque preocupado por escenas cotidianas de la sociedad holandesa en al que vivió, puede verse en ellas su preocupación por la ciencia. Un buen ejemplo de ello lo tenemos en el cuadro *El geógrafo*. Sólo se conocen cuatro de sus cuadros en los que representa a hombres, siendo este uno de ellos. El nombre se debe a que un cartulano, mapa del mundo conocido, adorna la pared, y el personaje además se inclina con un compás sobre un extenso pliego que podría ser un mapa, disponiéndose a medir lo que pueden ser unos planos. En realidad no se sabe cuál es el motivo de la escena, excepto que se trata de un científico ya que Vermeer nos presenta a su figura realizando una actividad concreta, de tal manera que no se presentan como figuras alegóricas, sino en el marco de lo cotidiano.
Vermeer también recrea magistralmente el espacio tridimensional y es un gran maestro de la luz. Sin embargo, usó una cámara oscura para producir perspectivas realistas en sus pinturas. **Ver figura 7.**

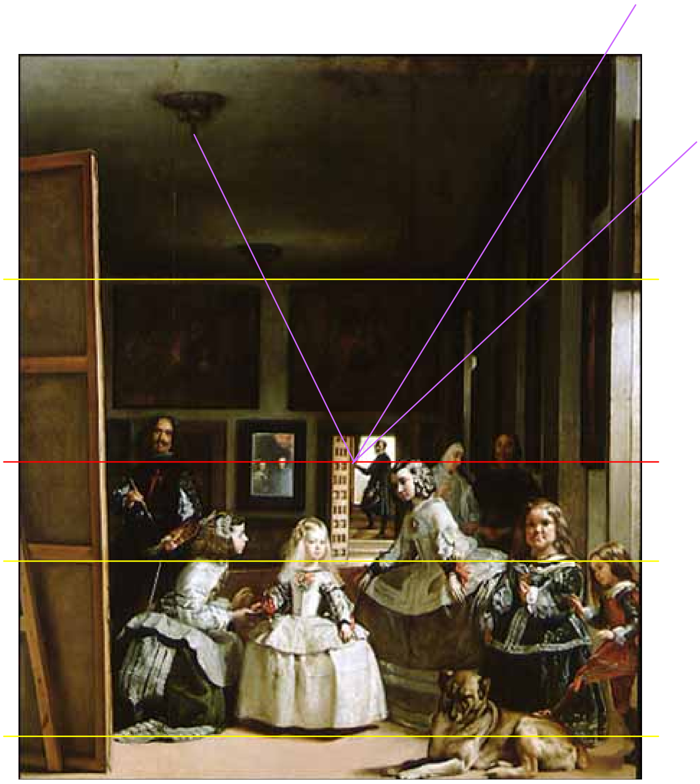


Figura 8. Perspectiva lineal

La perspectiva lineal. En el siglo XV se produjo el descubrimiento y la aplicación de la perspectiva *artificialis*, cuya base matemática y geométrica, es decir, científica, elevó a los artistas a una categoría superior. La pintura pasará de arte manual -artesanal- a arte liberal. Se creará así un espacio pictórico, homogéneo, continuo e infinito, en el que, según Nicolás de Cusa, cualquier punto puede tomarse como centro. Generalmente se utiliza una perspectiva central en la que los ejes vertical y horizontal -línea del horizonte-, en su intersección, coinciden con el punto de fuga. Es la perspectiva lineal.

Los artistas del Renacimiento reconocieron que la perspectiva, que era una técnica importante para crear la ilusión de la tridimensionalidad en sus pinturas, no estaba completamente desarrollada con la geometría de Euclides. El punto evidente de partida es que mientras las líneas paralelas nunca se cortan en la geometría de Euclides, en la perspectiva lo hacen en el punto de fuga. La perspectiva ha sido descrita como una geometría visual mientras que la de Euclides es una geometría táctil.

Si bien Filippo Brunelleschi (1377-1446) es quién tiene reconocida la introducción de la Perspectiva en la pintura, la formalización matemática la hizo en el siglo XVI el francés Girard Desargues. Este siglo fue el de los descubrimientos y exploraciones. Según avanzaban las naciones europeas en su dominio del mundo, así se hacían de necesarios los mapas de todo tipo. El trabajo de transferir la información geográfica del globo esférico a un trozo de papel plano es también un problema de Geometría Proyectiva, razón esta por la cual cobró gran protagonismo y fue desarrollada con interés.

Esta rama de las Matemáticas, conocida como Geometría Proyectiva, fue a su vez olvidada durante dos siglos para ser después redescubierta y constituir un campo importante de las Matemáticas puras o, avanzando en sus aplicaciones, desarrollar las técnicas propias de la Descriptiva. En aquel momento se produjo la escisión que llega hasta nuestros días y que hace que los procedimientos propios de la Descriptiva sean sólo algoritmos para la resolución gráfica de problemas geométricos. La siguiente anécdota me permite poner de manifiesto lo inconveniente de tal escisión. Recuerdo que un colega estaba estancado en su investigación para acabar un capítulo de su tesis doctoral y decidió solicitar mi colaboración. Tenía que obtener la verdadera medida de unas longitudes en la facha de un edificio a partir de una fotografía. El problema, matemáticamente hablando, era doble. Primero, había que determinar el punto exacto desde el cual estaba hecha la foto y, segundo, trazar desde él una radiación de rectas que se cortarían con las rectas horizontales de la fachada del edificio de la foto en los puntos que determinaban los extremos de los segmentos cuya longitud se deseaba calcular. El primer paso se reducía a emplear el método de los lugares geométricos para determinar el punto desde el que se hizo la fotografía. El segundo consistía en saber que el único invariante de la Geometría Proyectiva es la razón doble de cuatro puntos alineados. En resumen, de nada sirve conocer procedimientos algorítmicos sin la base necesaria para conocer sus porqués. Sin embargo, lo más lamentable es que los matemáticos están, en general, muy lejos de las técnicas propias de la Descriptiva y los técnicos, también en general, aún más lejos de las Matemáticas.

Figura 9. Perspectiva de color

Perspectiva de color. En este caso, cuanto más lejos aparece representado un objeto, más tenues son sus colores. Existe también en el mundo real un desvaimiento de los tonos al aumentar la lejanía. El color para el primer plano es el blanco de la luz de la ventana, el segundo plano presenta blancos amarillentos en los vestidos y rostros de las meninas y la infanta, el tercer plano está determinado por los tres personajes que hay tras ellas y los colores se oscurecen considerablemente tanto en rostros como en vestidos y el cuarto, y último, plano lo da la pared del fondo con tonos casi negros con los que se produce la penumbra.

Figura 10. Perspectiva menguante

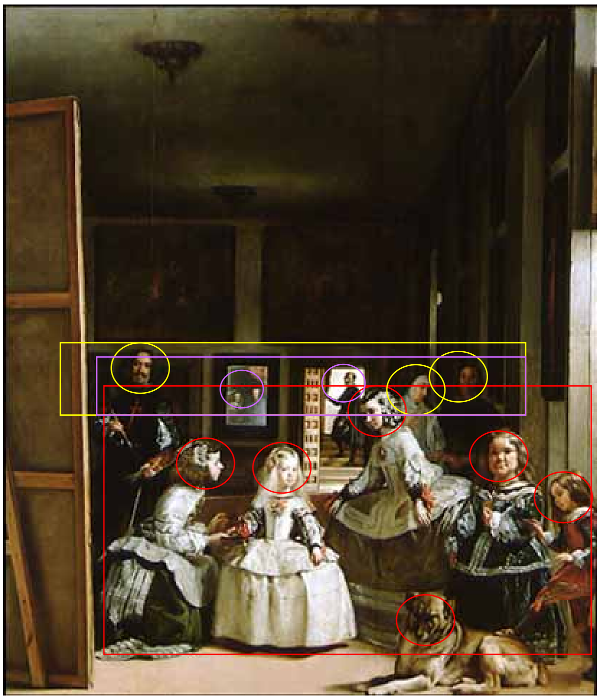


Figura 11. Alternancia luz-penumbra

Perspectiva menguante. A medida que aumenta la distancia, disminuye la nitidez, los contornos se van haciendo borrosos y desdibujados, al igual que ocurre en la realidad.

Alternancia de luz y penumbra. La parte inferior de la escena aparece iluminada, supuestamente, por la luz del día que entra por la ventana; la superior, está oscura, en penumbra. De este modo se enfatizan los personajes del primer plano y se da profundidad al espacio de la habitación.

¿Sabía Velázquez Matemáticas? Ante el despliegue de medios técnicos que Velázquez usa para pintar, no sólo *Las meninas*, me surgió la duda acerca de su conocimiento matemático. Son muchos sus cuadros los que requieren de un profundo conocimiento de las geometrías Euclídea y Proyectiva como para pensar que el uso explícito que en su obra gráfica hizo de la proporción áurea y de todo tipo de perspectivas con las que interpretar el espacio físico tridimensional, fue sólo mera intuición o casualidad. Hace tiempo pensé que si quería saber qué sabía una persona podría empezar echando un vistazo a los libros que tiene en casa o en el despacho. Así empecé a buscar referencias bibliográficas que me acercasen a este conocimiento en cuanto a Diego de Velázquez se refería. Encontré un artículo revelador: La Librería de Velázquez, Homenaje a Menéndez Pidal[3]. En él figuran 154 asientos con los libros que Velázquez tenía en su biblioteca:

1 *Summa...* (2), Aritmética de Luca de Burgo –clásica en el Renacimiento-.
1 *Arismética algebrática* (79), de Marco Aurel
1 *Manual de contadores* (51), Aritmética del Bachiller Juan Pérez de Moya
1 Aritmética (95) de José Unicornio
1 Aritmética (103) de Antonio Fines
1 Aritmética (39) del abad Jorge de la Caja
1 Álgebra (68) de Pedro Núñez (*Nonius*), rey de Portugal
1 Tratado de Geometría (141) de Alberto Durero
2 Tratados prácticos de Geometría (28 y 73) ¿Cristóforo Clavio y Juan de Alzaga?
1 *Libro del modo di dividire le superficie* (85) de Andrés de Céspedes
1 *Libro de instrumentos nuevos de Geometría muy necesarios para medir distancias y alturas sin que intervengan números* (81) de Andrés de Céspedes
1 *Teatro de los instrumentos y figuras matemáticas y mecánicas* (93) de Diego Besson
1 *Mechaniche* (82) de Guido Ubaldo
1 *Diálogos de Medicina* (87) de Francisco de Villalobos
1 *El modo de andar a caballo* (83) de Federico Grisoni
1 *Jenofonte* (134)
1 *De los hechos del Magno Alexandre* (59)
1 *Décadas* (137) de Tito Livio
1 *Crónica del mundo* (1)
1 *Discorsi sopra le Antichitá di Roma* (10) de Vincenzio Scamozzi
1 *Roma sotterranea* (19) de Antonio Bossio
1 *Philosophia secreta... con el origen de los ídolos y los dioses de la gentilidad* (61) por Juan Pérez de Moya
1 *Antigüedades y principado de la illustríssima ciudad de Sevilla*... (65) de Rodrigo Caro
1 *Arte de música*
1 *Elementos* (36) de Euclides
2 *Perspectiva* (49 y 91) de Euclides
1 *Números y medidas* (55) de Tartaglia
1 *Sciencia matemática* (132) de Megarense
1 *Alberto Durero, Geometría* (141)
1 *Templo de Salomón y mapas de Iglesia* (118)
1 *Trattato d'Architettura* (15) de Leon Bautista Alberti
1 *Trattato di Architettura* (12) de Pietro di Giacomo Cataneo
1 *Libri IV dell'Architettura*
1 *Simetría* (11) de Alberto Durero
1 *Notomia* (142) de Andrea Vesalio
1 *Historia de la composición del cuerpo humano* (53) de Juan Valverde de Amusco
1 *Trattato della Pintura* (145) de Leonardo da Vinci
1 *Escultura y pintura* (92) de Bonarrota
1 *Arte de la escultura y pintura* (110) de Bonarrota

Sin comentarios. La lista habla por sí sola.

---
[3] F.J. Sánchez Cantón, La Librería de Velázquez, Homenaje a Menéndez Pidal, Madrid, Hernando 1925, vol. III.

¿Tienen los pintores de ahora una formación geométrica equivalente a la de Velázquez? Quienes están considerados universalmente como referentes, sí. Por ejemplo, Salvador Dalí fue un personaje genial muy singular. Actuaba ante los medios de comunicación como nadie. Quienes lo conocieron hablan de una persona que se transformaba cuando aparecía una cámara o un micrófono. No me interesan los aspectos humanos del pintor ampurandés. Es más, creo que como persona dejaba bastante que desear. Sin embargo, como artista, hay que reconocerle su genio creativo y su manejo de casi todas las técnicas pictóricas y escultóricas, con una fuerte base en su magistral forma de dibujar haciendo uso de conceptos geométricos de muy diversos calados. ¿Cómo los obtuvo? Al igual que en otros aspectos, sus conocidos –a veces, amigos- le aportaron gran parte de su conocimiento. Es conocida su relación con Buñuel y García Lorca y no lo es tanto su amistad con el matemático rumano Matila Ghyka, que le enseñó todo lo que necesitó acerca de la proporción áurea y lo utilizó en sus cuadros durante la década de los años 40. De esta época son los cuadros Semitaza gigante volante con anexo inexplicable de cinco metros de longitud o Leda atómica, por citar sólo dos obras importantes hechas desde el conocimiento antes dicho. O, al final de sus días, con el matemático francés René Thom a quien invitó a su casa para conocerlo a raíz de que le concediesen la Medalla Field por su Teoría de las Catástrofes, teoría que le causó un gran impacto y a la que dedicó algunos cuadros llegando incluso a adaptar su firma a la gráfica de una curva que aparece en una de las 7 catástrofes elementales, la cola de golondrina.

Figura 12. El rapto topológico de Europa. Homenaje a René Thom[4]. Dalí, 1983.

[4] Si se desea ver en profundidad un trabajo que hice sobre este cuadro, véase Pérez Gómez, R. "¿Paranoia o topología trascendental? Salvador Dalí, 100 años" La Gaceta de la RSME 7.3: 655-664 (2004).

Aparte de estos contactos, en la biblioteca de Dalí figuran numerosos libros de Geometría y revistas científicas a las que estaba suscrito. En resumen, al genio se le unía un gran olfato y curiosidad por el conocimiento científico en general que llega hasta el punto de que su obra puede servir como excusa para hacer un recorrido por los avances científicos más importantes del siglo XX.

También en escultura, dentro de la tendencia actual de escultura geométrica en la cual el objeto artístico coincide con el geométrico, conozco el caso del reconocido escultor australiano John Robinson, afincado en Londres, que está relacionado con Ronald Brawn, un buen matemático inglés especialista en teoría de nudos y que es la base para sus creaciones. Como anécdota, diré que Ronald es el padre del autor del *best seller* Código da Vinci. O en música, en la que desde hace tiempo surgió la dodecafónica basada en algoritmos matemáticos con los que se crean series numéricas que determinan tiempos y compases. En este último caso se encuentra el compositor canario Gustavo Díaz Jerez, quien en su web ofrece la descarga de un editor musical, que llama *fractalmus*, con el que se pueden hacer composiciones de este tipo.

Para cerrar este breve panorama, citaré dos casos relevantes: Escher y Gaudí. La Alhambra ha sido musa de un sin fin de artistas. Escritores, pintores, músicos, arquitectos, etc. la han interpretado magistralmente en sus creaciones. Tengo la fortuna de tener una carta de H.S.M. Coxeter, matemático canadiense de reconocidísimo prestigio mundial, en la que me explica cómo explicó a M.C. Escher, el pintor holandés tan apreciado por los matemáticos, el modelo para la geometría hiperbólica basado en el disco de Poincaré, a partir del cual creó el conocido *Ángeles y demonios*. Escher dejó escrito que fue precisamente en uno de sus viajes a Granada cuando al visitar la Alhambra se dio cuenta de la división regular del plano y que no salía de su asombro cómo algo tan "evidente" no se le había ocurrido a ningún otro artista antes que a él. Hay que decir que, en este momento de su obra, la influencia de su hermano mayor fue enorme porque era cristalógrafo ya que los principios estructurales de los mosaicos que decoran los palacios nazaríes se basan en el uso de la simetría del plano y, hace ya muchos años, publiqué[5] cómo estaban presentes en este singular conjunto monumental las 17 "redes" básicas con las que se explicaría la cristalografía bidimensional, de ahí la importancia de los conocimientos que su hermano le enseñara. Yo mismo, he dirigido una tesis doctoral a un amigo de Bellas Artes que hace diseño asistido por ordenador y se ha acercado a mí para que lo introduzca en el mundo de las estructuras periódicas de la mano de la Teoría de Grupos como técnica creativa de composición pictórica.

[5] Pérez-Gómez, R., The four regular mosaics missing in the Alhambra. Comp. and Math. With Appls., vol **12**, nº 2, 133-137, (1987).

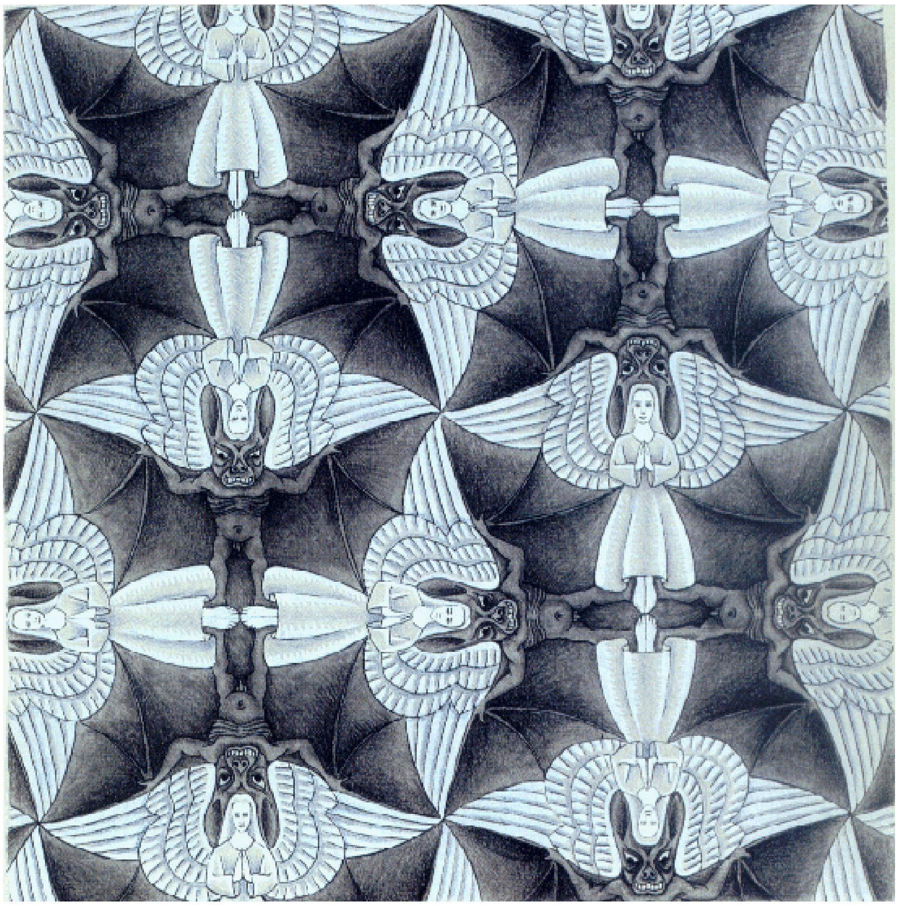


Figura 13. Ángeles y demonios. M. Cornelius Escher, 1960.

El caso de Gaudí es también importante. En uno de los pocos documentos escritos por él, el Manuscrito de Reus, dice cosas como “analizando fotografías de la Alhambra he descubierto que...” y sigue explicando sus teorías arquitectónicas. Gaudí hizo sus estudios de arquitectura en la Escuela de Arquitectura de Barcelona y se guardan en ella, entre otros documentos relacionados con Gaudí, las fichas de los libros que sacaba de la biblioteca para su lectura. Hay una gran cantidad relativa a libros sobre la Alhambra de Granada. Una vez que es arquitecto, nos consta que hizo un viaje a Granada, Córdoba y Sevilla acompañado de su mecenas, el Marqués de Comillas y dueño de la Transmediterránea, para tomar contacto directo con la arquitectura islámica de estas ciudades y hacer el proyecto de una catedral para Tánger. Este proyecto nunca se realizó y fue la base de la Sagrada Familia. Las influencias de estas arquitecturas andalusíes, directamente observables, son muchas y muy significativas. Citaré dos ejemplos. El primero, la epigrafía en lengua árabe que figura sobre los muros y fuentes de los recintos nazaríes se presenta en latín sobre las torres de los evangelistas; y el segundo, las bases de las columnas son sellos de Salomón que acaban en columnas dóricas perfectas y que son una correspondencia directa del mosaico existente en los muros interiores del patio de la Alberca del palacio de Comares.

El lenguaje de Picasso

Ya he dicho antes que el desarrollo de la Geometría Proyectiva se vio favorecido durante el siglo XVI por la necesidad de realizar mapas y cartas geográficas con las que poder llevar a acabo viajes y descubrimientos de nuevas partes del mundo. La solución adoptada con más frecuencia consistió en proyectar la esfera sobre un cilindro que toca a la esfera en su ecuador; es conocida como la proyección de Mercator. Desde entonces ya ha llovido mucho. Las fotografías que suministran los satélites dejan atrás a todas las técnicas empleadas hasta nuestros días. Pero si volvemos la mirada al siglo pasado, cabe preguntarse acerca del fundamento teórico en el que se apoyó la elaboración de un atlas que aún hoy usamos. Imagine una esfera, similar al globo terrestre, a la que se pegan pequeños papelitos de forma que quede totalmente recubierta por ellos. Sobre cada papelito se proyecta, ortogonalmente de dentro afuera, el trozo de esfera sobre el cual está pegado. Cada papelito formará una “carta” que, haciendo un libro con ellas, formarán un “atlas”. La formalización de estas ideas es parte de la llamada Geometría Diferencial, una geometría propia del siglo XX, en la que los “papelitos” son planos tangentes en puntos de cartas locales de la esfera, y que estudia localmente curvas y superficies[6]:

“El problema de construir mapas planos de la superficie de la tierra fue uno de los que dio origen a la geometría diferencial, que se puede describir a grandes rasgos como la investigación de las propiedades de curvas y superficies en el entorno de un punto.”

El término “geometría diferencial” fue usado así por primera vez por Luigi Bianchi (1856 – 1928) en 1894, pues se trata de un marco teórico más general en el cual se integran las geometrías no euclidianas y más que eso: todas las geometrías. La geometría ya no trata de puntos o rectas del espacio, sino de lo que se llama *variedades*. El punto de partida puede decirse que era el trabajo realizado por Gauss en la construcción de mapas y la llamada Geodesia, que apoyaría un nuevo enfoque sobre la naturaleza del espacio.

La geometría diferencial trata de las propiedades de las curvas y superficies que varían de un punto a otro, y están sujetas a variaciones (de punto en punto) donde tiene sentido la utilización de las técnicas del Cálculo. Gauss, en su *Disquisitiones Generales circa Superficies Curvas*, ofreció la nueva idea que usaría Riemann: una superficie se podía ver como un espacio en sí mismo. En su investigación, Riemann concluyó que, para estudiar el espacio, debía hacerse localmente y no como un todo: el espacio se debía analizar por pedazos. Una variedad diferencial es uno de esos pedazos a estudio. Constituye, de esta forma, la Geometría Diferencial un elemento revolucionario para la concepción del espacio, más aún que las restantes geometrías, dado que éstas mantenían la imagen de un espacio real intocable en el cual se encontraban las figuras, cuyas propiedades 'reales' tenían que desvelarse matemáticamente bien con unos métodos sintéticos puros, bien con unos medios de coordenadas no intrínsecas.

---

[6] Bell, E.T., Historia de las matemáticas, p. 365, Ed. Fondo Cultura Económica (2003).

Figura 14. Red de triángulos para definir "un espacio". Cuadro de la serie de *Las meninas* de Picasso.

El cubismo. Por todo lo visto anteriormente, *Las meninas* de Velázquez están asociadas al concepto clásico del espacio –habitación en la cual se está desarrollando la escena- en el que se encuentran las figuras –los personajes del cuadro-. ¿Cabe pensar en unas *meninas* desde el nuevo concepto del espacio que da la Geometría Diferencial? La respuesta es afirmativa: Sí.

Pablo Ruiz Picasso recrea el espacio "a trozos" de *Las meninas*. El espacio no sólo tiene tres dimensiones que hay que representar fielmente en el lienzo. Se estudia localmente, de ahí la evidente triangulación de este cuadro que forma parte de la serie aludida al comienzo. Si en el cuadro de Velázquez se hace desaparecer un personaje o un elemento decorativo de la habitación, el espacio no se verá modificado, sólo lo hará la escena; si, por el contrario, se elimina un trozo de esta versión de Picasso, el espacio hay que reorganizarlo completamente de nuevo. Es una nueva concepción del espacio como una red de redes en cuyos vértices se encuentran los puntos que definen a cada una de ellas y que se eligen siguiendo un mismo criterio.

Por otro lado, como ya ha quedado de manifiesto, Velázquez utiliza todo el conocimiento disponible en su época sobre diferentes perspectivas para que su cuadro fuese perfectamente visto por cualquier persona que lo observe a la distancia adecuada (perpendicularmente a su plano, delante de él, justo en el medio y a una distancia igual a su anchura). A Picasso se le ocurrió cómo se vería el cuadro desde dentro del cuadro; es decir, cómo lo verían los personajes que forman parte de él. ¡Genial!, ¿verdad? Claro, cada uno vería "su trozo", como si fuese uno de los papelitos a los que me refería antes sobre los que se proyectaba la esfera "localmente" (es decir, por entornos de puntos) que después se "pegarían" juntos para hacer el atlas. Concretamente, de doña Agustina de Sarmiento verían sus compañeros y compañeras de cuadro los siguientes elementos que, junto al punto de vista externo, son suficientes para representar completamente al personaje[7] (recuérdese que todos los papelitos pegados deben representar la tierra entera):

Figura 15. Doña María Agustina de Sarmiento vista por 6 ojos.

[7] Corrales Rodrigáñez, C., Un paseo por el siglo XX de la mano de Fermat y Picasso, Ed. U. Complutense (2001)

a) Bandeja, desde arriba y búcaro –vistos por Agustina Sarmiento–, b) palma de la mano –vista desde la posición de Velázquez–, c) contorno de cabeza y pelo –visto por la Velasco y los guardadamas–, d) ojo izquierdo –visto por Nieto Velázquez–, e) ojo derecho y lazo en lado derecho de su cabeza –vistos por cualquier espectador del cuadro– f) y garganta –vista por el mastín, desde abajo–. Pegados los trozos convenientemente, queda:

Figura 16. Doña María Agustina de Sarmiento. Picasso, 1957.

¡Qué bien entendió este pintor malagueño la geometría propia de su tiempo! ¿Cómo, si no es que estaba investigando sobre un nuevo lenguaje pictórico, puede entenderse tal dedicación a esta serie? Seis planos de coordenadas, seis proyecciones sobre ellos y no sólo tres como en la Geometría Euclídea, son los propios para representar el espacio de cuatro dimensiones: ¡eso es el cubismo de Picasso! Esto responde completamente a la pregunta que hacía al comienzo de este epígrafe. No me cansaré de llamar genio entre los genios a ese insigne pintor andaluz, sin lugar a dudas el pintor español más influyente del siglo pasado.

¿Sabía Matemáticas Picasso? No he tenido acceso a ninguna biblioteca desde la que poder dar respuesta a esta pregunta como lo hiciera anteriormente con Velázquez. Sin embargo, sí es conocido el que en diversas reuniones de la conocida como *La bande à Picasso*, grupo formado por el pintor malagueño y sus ruidosos amigos, se hablara de problemas matemáticos. Por ejemplo, el 22 de noviembre de 1908, en el número 13 de la place Ravignan (en la actualidad place Emile Goudeau) de París, estaba instalado Picasso y, según la policía, era un “nido de anarquistas, nihilistas, simbolistas, bohemios y otras gentes de mal vivir”, en la cena homenaje al pintor que llamaban el Aduanero Rousseau, el poeta Max Jacob planteó el siguiente problema:

> “Seis amigos beben cerveza en la tasca de Azon y, en total, bebieron 21 vasos. Si cada uno de ellos ha bebido distinto número de vasos, ¿cuántos vasos ha bebido cada uno?”

En la misma reunión, aparecieron el pintor madrileño Juan Gris y el también poeta Guillaume Apollinaire. Este último, propuso (dirigiéndose a Picasso):

> “Partiendo de la teoría de descomponer las figuras en formas geométricas, nuestro amigo ha inventado el cubismo. Pues bien, yo os propongo lo siguiente: A ver si somos capaces de dibujar un rectángulo en un papel cuadriculado sombreando las casillas del contorno. Así, el número de casillas, es decir, de pequeños cuadrados que componen la cuadrícula, será menor, igual o mayor que el número de casillas del interior del rectángulo. Y ahora pregunto: ¿podremos dibujar un rectángulo de proporciones tales que el borde (de una casilla de anchura) contenga un número igual de casillas que el rectángulo blanco interior?

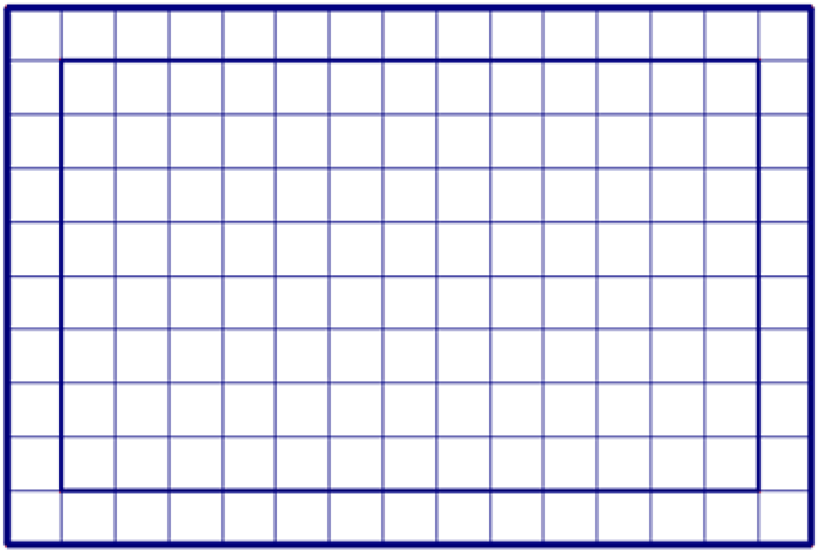


Figura 17

A la misma reunión se incorporaron Alice B. Toklas y Gertrude Stein, unas americanas que deseaban comprar algún cuadro de Picasso. Al ver que estaban con el problema anterior, Alice dijo:

> “Esta mañana me encontré con un problema muy curioso pintado con tiza sobre la acera. Y como al que lo pintó le debía de temblar el pulso, pues los cuadrados eran muy poco cuadrados.”

Alice, poniéndose en pie cogió un carboncillo y dibujó en el suelo tres cuadrados que formaban una figura en forma de L. Todos los componentes de la banda, al ver a la norteamericana dibujando en el suelo del estudio, dejaron de resolver el problema del rectángulo y se acercaron en bloque, justo cuando ella se levantaba y decía:

> "Así estaban colocados los 3 cuadrados.
>
> El enunciado del problema decía:
>
> ¿Cuál es el número mínimo de casillas que se deben colorear en un tablero de 6 x 6 casillas cuadradas para que sea imposible recortar de la parte sin pintar un pedazo con la siguiente forma:"

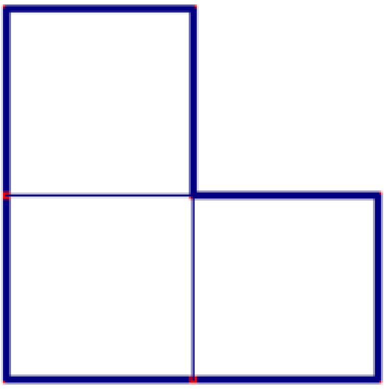


Figura 18

No pretendo decir con esta anécdota que Picasso se preocupara por las Matemáticas. Sin embargo, como decía antes, queda claro que en su entorno sí se hablaba de problemas ingeniosos de Geometría y, desde luego, es evidente su gran intuición geométrica a la hora de interpretar el espacio de cuatro dimensiones en su intersección con el de tres.

A modo de epílogo

Ha debido quedar clara la importancia de las concepciones de espacio para crear ambas "meninas". El del siglo XVII que se aplicara para crear Las meninas de Velázquez y el existente en el siglo XX con el que se elaboró el lenguaje cubista de Picasso. Ambas obras enfrentan la concepción clásica del espacio como una "caja", en cuyo interior se encuentran los objetos, con la moderna, como una red de conexiones entre sus puntos. La Geometría de Euclides y la Geometría Diferencial, respectivamente. Cada obra obedece al conocimiento geométrico de su tiempo. ¡Fantástico! Pero, ¿hubiera sido posible hacerlas de otra forma? Tanto en el siglo XVII como en el XX, no si en los cuadros se desea dejar constancia de los avances geométricos habidos en ellos.

Últimamente han surgido nuevas teorías para imitar formas que sólo la Naturaleza puede crear, que no son construibles con regla y compás. Me refiero a los "fractales". Una línea fractal es la línea de una costa, el dibujo que hace en el cielo un rayo durante una tormenta, etc. De nuevo, el mundo del arte su "pone las pilas" e incorpora estos monstruos modernos a sus creaciones. Ni más ni menos que José Saramago describe un fractal en una de sus novelas (*Todos los nombres*, Alfaguara) en uno de sus capítulos titulado **El cementerio general**. En él describe una forma natural, la de una dendrita, que admite un modelo teórico como un objeto fractal. El concertista y compositor canario Gustavo Díaz Jerez se suma a los nuevos estilos musicales y trabaja en la llamada "música seriada", basada en series numéricas obtenidas a partir de algoritmos propios de la fractalidad... Y el Arte sigue su camino, haciendo que reconozcamos la belleza como uno de los valores irrenunciables en nuestra sociedad, en el que las Matemáticas pueden ser una gran herramienta para poder compartir con los demás esa belleza que toda obra de arte encierra. ¿Cómo serían unas meninas con esta nueva geometría?

Desgraciadamente, la enseñanza de las Matemáticas no ha conseguido que sean entendidas como lo que son: 'Una forma de pensar'. ¿Cuáles serían algunas características de esta forma de pensar? Fundamentalmente, reconocer los problemas, enunciarlos y elaborar conjeturas para iniciar la búsqueda de soluciones y, si las hubiere, detectando cuál es la mejor. Es decir, saber analizar una situación, haciéndonos preguntas y buscándoles respuestas, mediante el uso de una serie de técnicas que nos permiten pensar bien en el sentido de que no damos lugar al olvido de algún caso o a la incorrección del razonamiento en alguno de sus pasos. Pero también hay que decir que forma parte de esta "forma de pensar" el concebir nuestra tarea frente a un problema como un juego o reto en el que nos gusta participar. La pena es que no se consigue trasladar al alumnado el gusto por la belleza de las Matemáticas, por el arte de pensar mejor, ni la importancia que tienen en nuestra sociedad porque, la mayoría de las veces su uso es poco visible y otras es el propio profesorado quien lo desconoce y se refugia en sus clases en "orgías" de torres de quebrados y problemas tan maravillosos como inútiles. No obstante, en caso de haberse producido, estas malas experiencias no justifican el que determinadas personas a quienes, por ejemplo, se les supone la formación universitaria, cometan la temeridad de afirmar públicamente que "las Matemáticas no sirven para nada". A ellas van dirigidas las palabras del matemático británico Hardy[8]:

"Las civilizaciones babilónica y asiria han perecido… pero sus matemáticas son todavía interesantes y el sistema sexagesimal de numeración se utiliza aún en Astronomía… Las matemáticas griegas perduran más incluso que la literatura griega. Arquímedes será recordado cuando Esquilo haya sido olvidado, porque las lenguas mueren y las ideas matemáticas no".

Ojalá que "ningún Esquilo" desaparezca, pero es seguro que Euclides no lo hará.

[8] Hardy, G., Apología de un matemático. Ed. Nivola, 2000.