

Impacte de um Programa de Formação Contínua em Matemática em professores e alunos dos primeiros anos de escolaridade

Celina Tenreiro-Vieira

Resumo

Com o propósito de melhorar as condições de ensino e aprendizagem da matemática e a valorização das competências dos professores, no sentido de melhorar os níveis de sucesso dos alunos nesta disciplina, o Ministério da Educação português criou um Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1º ciclo (6-9 anos). Neste artigo, descreve-se trabalho desenvolvido no âmbito da implementação daquele programa de formação com professores do 1º ciclo que frequentaram este programa, e apresentam-se evidências do seu impacte nos professores e respectivos alunos

Abstract

With the intention to improve the conditions of mathematics teaching and learning and the valuation of teachers' professional competences, in order to improve the levels of success of the pupils in this area, the Portuguese Ministry of Education created one Mathematics In-service Teacher Education Programme for primary teachers (6-9 years). The present article describes the work developed with primary teachers involved in this education programme and presents evidence of **its** impact in teachers and **their** students

Resumen

Con el propósito de mejorar las condiciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática y la valoración de las competencias de los profesores, en el sentido de mejorar los niveles de suceso de los alumnos en esta asignatura, el Ministerio de la Educación portugués creó un Programa de Formación Continúa en Matemática para profesores del 1º ciclo (6-9 años). En este artículo, se describe el trabajo desarrollado en el ámbito de la implementación de aquel programa de formación con profesores del 1º ciclo que frecuentaron este programa, y se presentan evidencias de su impacto en los profesores y respectivos alumnos.

1. Educação matemática numa perspectiva de literacia desde os primeiros anos de escolaridade

É hoje amplamente reconhecido, por educadores e investigadores, que a matemática é, cada vez mais, uma ferramenta útil para todos num mundo imerso em números, onde os indivíduos são, cada vez mais, confrontados com situações que envolvem, conceitos e ideias matemáticas. É igualmente aceite que a matemática

capaz de ajudar cada cidadão a lidar de forma eficaz com os aspectos quantitativos, espaciais e probabilísticos da vida, não se restringe ao conhecimento de factos e ao domínio de procedimentos de cálculo. É necessária uma formação em matemática para todos numa perspectiva de literacia matemática de modo a ajudar cada um a ter uma vida produtiva e a gozar de qualidade de vida e a dar o seu contributo para o desenvolvimento sustentável a nível local, nacional e internacional.

Dentro desta perspectiva, no quadro de referência do *Programme for International Student Assessment* (PISA), estudo de avaliação internacional da literacia, de alunos de 15 anos, em países da Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económicos [OCDE], ser matematicamente literado implica saber e ser capaz de compreender e de se ocupar da matemática, de ter opiniões bem fundamentadas sobre o papel que a matemática desempenha na sociedade e sobre a sua utilidade nas diferentes esferas da vida (pessoal, profissional e social), para se viver como cidadão construtivo, interessado e ponderado. A literacia surge, assim, associada à capacidade dos alunos aplicarem conhecimentos, analisarem, raciocinarem e comunicarem com eficiência, à medida que colocam, resolvem e interpretam problemas numa variedade de contextos e de situações (OCDE/PISA, 2000, 2003, 2006).

De um modo global e tendo como referência autores como Irwin e Britt (2005), Fullan e Earl (2002) e Zevenbergen (2004), a literacia matemática pode ser descrita como (i) a confiança individual na matemática e no uso eficaz de conhecimento matemático; e (ii) a capacidade de raciocinar e resolver problemas numa variedade de situações e contextos matemática e tecnologicamente orientados, bem como de comunicar sobre e através da matemática e de estabelecer conexões dentro e fora da matemática, o que é essencial para compreender, apreciar e utilizar a matemática.

No âmbito de esforços de reforma ou reorganização da matemática escolar no sentido de promover a literacia matemática dos alunos, uma das propostas curriculares de maiores repercussões em diversos países surgiu nos Estados Unidos da América como resultado da liderança do *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). O trabalho desenvolvido traduziu-se no documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989). A versão actualizada deste documento, publicada em 2000, reitera a ideia de que todos os alunos devem atingir literacia matemática para funcionar eficazmente no século XXI. Nesse sentido, os *Standards 2000* (NCTM, 2000) advogam que todos os alunos devem reconhecer o valor da aprendizagem da matemática e tomar consciência do papel da matemática nas suas vidas. Relevam a compreensão de grandes ideias em domínios temáticos como Números e operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidades; salientam o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação (em) matemática, bem como o estabelecer de conexões entre a matemática e o mundo, especialmente com situações do dia a dia, com a Ciência e com a Tecnologia.

Na senda do ocorrido em outros países, em Portugal, a Reorganização Curricular do Ensino Básico (6-14 anos) expressa no documento *Currículo Nacional do Ensino Básico* (Ministério da Educação [ME], 2001), está orientada para o

desenvolvimento de competências enquanto saber em acção que envolve conhecimentos, atitudes e capacidades de pensamento que viabilizam a utilização de conhecimentos em situações diversas o que traduz uma aproximação ao conceito de literacia. A competência matemática que todos devem desenvolver inclui processos cognitivos transversais a toda a aprendizagem da matemática, entre os quais se encontra a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Por conseguinte, é preconizado o envolvimento activo dos alunos em experiências de aprendizagem intelectualmente desafiantes, incluindo o investigar e resolver problemas.

Congruentemente, o *Programa de Matemática do Ensino Básico* (Ponte et al., 2007) salienta também a importância das investigações e da resolução de problemas. Neste documento, a resolução de problemas é vista como uma capacidade transversal fundamental, que os alunos devem desenvolver, resolvendo, de forma sistemática e continuada, problemas de diferentes tipos e em diversas situações e contextos. Resolver problemas é essencial para o desenvolvimento de processos cognitivos, bem como para a construção e mobilização de conhecimentos matemáticos em conexão com o raciocínio e a comunicação. Assim sendo, “a resolução de problemas não é só um objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos” (p. 8).

Não obstante os esforços que têm sido desenvolvidos a nível da (re)estruturação dos currículos de matemática, resultados de alunos portugueses em estudos internacionais como o *Third International Mathematics and Science Study* [TIMSS] e o PISA evidenciam que a meta da literacia está longe de ser alcançada. No PISA 2003, um terço dos alunos portugueses obteve o mais baixo nível de proficiência em literacia matemática (Gabinete de Avaliação Educacional [GAVE], 2004), nível esse que se manteve no PISA 2006 (GAVE, 2007).

Os resultados em provas de Aferição de Matemática do 4º ano de escolaridade (provas a nível nacional realizadas pelos alunos com, em média, 9 anos) também são preocupantes (Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular [DGIDC], 2004). A generalidade dos alunos evidencia baixos níveis de desempenho na resolução de problemas, no raciocínio e na comunicação. Na sequência da análise realizada por aquele organismo, os fracos resultados podem relacionar-se com a ausência de processos de reflexão, discussão e argumentação, quer orais quer escritos, onde seja veiculada, predominantemente, informação matemática, através duma linguagem também matemática. Face aos resultados, afigura-se como essencial que, nas aulas de matemática, os alunos sejam envolvidos, de forma contínua e sistemática, em experiências de aprendizagem de resolver problemas e investigar, criando oportunidades para identificarem e usarem diferentes representações, argumentarem, raciocinarem e comunicarem matematicamente.

2. Formação de professores: O caso do Programa de formação em matemática para professores do 1º ciclo do ensino básico português

O desenvolvimento de práticas de ensino e de aprendizagem da matemática focadas na promoção da cultura e da literacia matemática dos alunos, exige que se equacione a questão da formação de professores. Com efeito, vários organismos

como o *National Research Council* (1996) e o NCTM (1989, 2000) têm insistentemente enfatizado a ideia de que efectivar uma reforma ou reorganização curricular obriga a considerar, em simultâneo, várias esferas, sendo uma delas forçosamente a formação contínua de professores; caso contrário, correr-se-á o risco de nada de substancial mudar nas práticas de ensino da matemática e, como corolário, na preparação e formação dos alunos. Como sublinham Ball, Goffney e Bass (2005), normas e currículos de qualidade são importantes, mas as normas não actuam de forma independente do uso profissional que delas é feito e nenhum currículo ensina por si mesmo.

Em Portugal, no quadro das medidas de política educativa para a melhoria das condições de ensino e aprendizagem da matemática e a valorização das competências dos professores, no sentido de melhorar os níveis de sucesso dos alunos nesta disciplina, o Ministério da Educação em articulação com o Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior, criou (Despacho conjunto nº 812/2005), e deu continuidade (Despacho nº 6754/2008), a um programa de formação contínua para professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico (6-9 anos). Trata-se de um programa, desenvolvido em articulação com as Instituições de Ensino Superior com responsabilidade na formação inicial de professores e com os agrupamentos de escolas.

A Comissão Nacional de Acompanhamento, designada pela Sra. Ministra da Educação, elaborou o documento que apresenta os princípios, objectivos, linhas orientadoras, conteúdos e recursos do Programa de Formação. De acordo com tal documento orientador (Serrazina, et. al, 2005), o Programa tem como objectivos: (i) Promover um aprofundamento do conhecimento matemático, didáctico e curricular dos professores do 1º ciclo envolvidos, tendo em conta as actuais orientações curriculares neste domínio; (ii) Favorecer a realização de experiências de desenvolvimento curricular em Matemática que contemplem a planificação de aulas, a sua condução e reflexão por parte dos professores envolvidos, apoiados pelos seus pares e formadores; (iii) Desenvolver uma atitude positiva dos professores relativamente à Matemática, promovendo a autoconfiança nas suas capacidades como professores de Matemática, que inclua a criação de expectativas elevadas acerca do que os seus alunos podem aprender em Matemática; (iv) Criar dinâmicas de trabalho em colaboração entre os professores de 1º ciclo com vista a um investimento continuado no ensino da Matemática ao nível do grupo de professores da escola/agrupamento, com a identificação de um professor dinamizador da Matemática que promova um desenvolvimento curricular nesta área; e (v) Promover o trabalho em rede entre escolas e agrupamentos em articulação com as instituições de formação inicial de professores.

Para a consecução dos objectivos estabelecidos, o Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores (PFCM) contempla a realização de diferentes tipos de sessões ao longo do ano. Concretamente, (i) 15 sessões de formação em grupo (8-10 professores), com a duração de 3 horas cada e com periodicidade quinzenal, destinadas a desenvolver conteúdos de formação, tendo em consideração os interesses e necessidades de formação dos professores-formandos (PF) e para planificação e reflexão das actividades associadas à prática lectiva; (ii) 4 sessões de supervisão / acompanhamento em sala de aula para a implementação de práticas consonantes com o trabalho desenvolvido nas sessões

de formação em grupo; e (iii) e uma sessão colectiva para apresentação e partilha de experiências dos PF envolvidos no PFCM.

Assumindo a relevância e pertinência das linhas orientadoras para a execução do PFCM, a equipa coordenadora e de formação da Universidade de Aveiro (UA), integrou-as no seu plano de formação. O processo formativo a seguir evidenciado, bem como o seu impacto nos professores e respectivos alunos, tem por base o trabalho desenvolvido pela autora enquanto formadora do PFCM na UA.

Neste enquadramento, uma das linhas de acção da formação tem sido o envolvimento de professores e alunos na prática da matemática em si. Isto, porque, como salientam (Ball, Goffney e Bass, 2005), proporcionar aos alunos múltiplas e diversificadas oportunidades para fazerem matemática constituiu uma via para fomentar o desenvolvimento da competência matemática de cada um. Deste modo, poder-se-á ajudar os alunos a desocultar a presença da matemática na sociedade, em ligação com diferentes áreas da actividade humana, tornando-se capazes de lidar, com confiança, com a matemática para analisar e resolver problemas, raciocinar e comunicar (ME, 2001). Tal afigura-se como essencial para a participação, racional e esclarecida, numa sociedade democrática pluralista, de cariz científico-tecnológico e profundamente matematizada.

Reconhecendo que fazer matemática é, centralmente, resolver problemas e investigar (Ball, Goffney e Bass, 2005), um enfoque da formação reside na resolução de problemas e nas investigações. Assim, nas sessões de formação em grupo, foram criadas múltiplas oportunidades para os professores abordarem a resolução de problemas e as investigações no quadro dos diferentes temas matemáticos (Números e operações, Geometria e medida e Organização e tratamento de dados), em consonância com o preconizado nas orientações curriculares para o ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade.

Assumindo que os esforços encetados para levar os professores a valorizar a resolução de problemas e o investigar são melhor sucedidos se os professores tiverem oportunidade para conhecerem e reconhecem porque é importante fazê-lo, numa fase inicial, foram apresentadas e discutidas razões a favor do envolvimento activo dos alunos em experiências matemáticas de resolver problemas e investigar. Nesse sentido, promoveu-se a análise e interpretação das actuais orientações curriculares para o ensino da matemática. Ao fazê-lo pretendeu-se também promover o conhecimento curricular dos PF e, por conseguinte, criar condições para se comprometerem com experiências de desenvolvimento curricular em matemática que contemplem a resolução de problemas e a realização de investigações.

Dentro desta perspectiva, os PF foram incentivados a partilhar, discutir e reflectir sobre situações desenvolvidas com os alunos na sala de aula centradas no resolver problemas e no investigar. Em apoio à reflexão, estimulou-se os PF a fornecerem evidências da aula, em especial, produções matemáticas dos alunos, ilustrativas das capacidades e conhecimentos mobilizados e/ou (re)construídos. Além disso e com o propósito de fomentar a (re)construção de conhecimento didáctico específico do professor, a ser investido na preparação e implementação de autênticas e profícuas experiências matemáticas de resolver problemas e investigar, promoveu-se a discussão de questões tais como, por exemplo: (i) definição(ões) de problema, resolução de problemas, investigar e investigações; (ii) perspectivas e

referenciais acerca da resolução de problemas e das actividades de natureza investigativa; (iii) tipologias de problemas; (iv) estratégias de resolução de problemas; e (v) momentos de desenvolvimento de uma investigação.

Posteriormente, os PF foram encorajados a realizar, analisar e discutir múltiplas e diversificadas propostas didácticas (conforme exemplos incluídos no anexo 1), com foco no resolver problemas e/ou no investigar. Ao envolver os PF na realização e discussão de experiências matemáticas de resolver problemas e investigar, assume-se que promover as capacidades dos alunos ligadas à resolução de problemas, ao raciocínio matemático e à comunicação matemática é um grande desafio, mas maior desafio ainda é o que logicamente precede o anterior, ou seja, o de promover as capacidades dos professores no âmbito da resolução de problemas, do raciocínio e da comunicação matemática. Até porque, não é verosímil que os professores fomentem, na sala de aula, o desenvolvimento de tais capacidades se eles próprios não as valorizarem e não se sentirem confiantes e seguros no seu uso com eficácia. Além disso, acolhe-se a tese de que os professores ao investigarem e resolverem problemas, passíveis de serem propostas aos alunos, poderão ganhar sensibilidade sobre os saberes em uso e, por conseguinte, fazer juízos de valor mais racionais acerca das potencialidades de tais situações, bem como perspectivar acções de sala de aula para potenciar a aprendizagem matemática dos alunos. Além disso, a partilha e discussão entre os PF do conhecimento matemático mobilizado na resolução de um problema ou na realização de uma investigação, das estratégias usadas e das soluções ou conclusões alcançadas, constituiu uma potente oportunidade para promover um aprofundamento do conhecimento matemático, didáctico e curricular do professor necessário, quer à preparação de experiências matemáticas de resolver problemas e investigar, quer à sua implementação em sala de aula de formas que fomentem a actividade matemática dos alunos.

Para potenciar o apoio a mudanças nas ideias e práticas dos professores a favor da melhoria das aprendizagens matemáticas dos alunos, fomentou-se e alimentou-se o investimento intencional na preparação e planificação de tarefas de diferente natureza, incluindo a resolução de problemas e as investigações. A este nível, os problemas e as investigações propostas pela formadora e realizadas e discutidas com os PF, nas sessões de formação em grupo, constituíram uma base para a construção de tarefas de resolução de problemas e investigações adequadas à turma de cada PF. Atendendo também às características da turma específica de cada um, equacionaram-se modos de trabalho, formatos de exploração e recursos a usar em sala de aula.

A implementação em sala de aula de tarefas discutidas e/ou planificadas nas sessões de formação, em particular com supervisão / acompanhamento da formadora, permitiu ver na prática como é que uma situação ou tarefa funcionou e avaliar os seus pontos fortes e fracos, o que é um aspecto importante, porquanto é pouco provável que o professor adopte uma nova abordagem se apenas ouve falar dela, sem a experimentar. Até porque, como é referido na literatura, o professor tende, apenas, a legitimar e adoptar uma nova abordagem quando verifica que ela funciona na sua prática (Loucks-Horsley, Hewson, Love e Stiles, 1998). Permitiu ainda ao PF ganhar segurança e versatilidade na dinamização de experiências matemáticas de resolver problemas e investigar, bem como ultrapassar medos e receios, nomeadamente os decorrentes do confronto com a imprevisibilidade

inerente às situações de ensino/aprendizagem. Tal assume particular relevância no âmbito das tarefas de natureza investigativa, porquanto, muitas vezes, os alunos decidem explorar e questionar perspectivas não previstas pelo professor. Aliás, Ponte e seus colaboradores (1999) referem como um dos obstáculos ao uso regular deste tipo de tarefas na sala de aula algum receio relativo às questões matemáticas e às questões de dinâmica de sala de aula que podem surgir.

O apoio na sala de aula e a reflexão na e sobre a acção configurou-se como uma oportunidade de integração de conhecimentos, garante de uma mudança sustentada. A partilha, no grupo de formação, do trabalho realizado em sala de aula assumiu-se como um espaço de reflexão e problematização da acção educativa, de situações e contextos de aprendizagem da matemática. Configurou-se como um momento de clarificação e aprofundamento de conhecimento matemático, didáctico e curricular dos PF, a serem investidos na melhoria do processo de ensino e aprendizagem da matemática. Como sublinha Alarcão (2007), “[...] o diálogo com a situação não pode quedar-se a um nível meramente descritivo, pois seria extremamente pobre. Tem de atingir um nível explicativo e crítico que permita aos profissionais de ensino agir e falar com o poder da razão” (p. 46).

3. Impacte do programa de formação contínua em matemática para professores do 1º ciclo do ensino básico português

Decorrente da análise de dados recolhidos com base, sobretudo, nas observações do ocorrido nas sessões de formação e nas sessões de acompanhamento em sala de aula, assim como na análise documental de produções matemáticas dos alunos e dos portefólios elaborados pelos PF, apresentam-se, de seguida, evidências do impacte do programa nos PF e nos alunos.

1. Nos professores formandos

Decorrente do trabalho realizado nos diferentes tipos de sessões, foi dado a observar mudanças nas concepções e práticas de ensino da Matemática de PF, em particular no que respeita à resolução de problemas e a tarefas de natureza investigativa. As evidências recolhidas apontam para mudanças que se prendem com o envolver os alunos uma maior diversidade de experiências matemáticas de resolver problemas e investigar orientadas, cada vez de forma mas explícita e intencional, para a (re)construção de conhecimento matemático e para o desenvolvimento de atitudes e de capacidades, nomeadamente capacidades de resolução de problemas, de raciocínio matemático e de comunicação matemática. No âmbito de tais experiências de fazer matemática propostas aos alunos, destacam-se ainda mudanças nas dinâmicas criadas nos diferentes momentos da aula, nas interações estabelecidas, no questionamento do professor e na linguagem usada nos discursos do professor e dos alunos. As transcrições de excertos de portefólios dos PF a seguir incluídas evidenciam tais mudanças ocorridas nas práticas; ilustram também a tomada de consciência dos próprios professores da ocorrência das mesmas.

“Sei que a forma como hoje desenvolvo a minha prática na área da matemática, de um modo mais dinâmico e que coloca cada criança no papel de investigador, é resultado do trabalho desenvolvido nesta Acção de Formação.” (prof. A., 2008 p. 27)

“As actividades apresentadas e desenvolvidas ao longo da formação já contribuíram para uma alteração do trabalho desenvolvido na escola, não só na minha turma, mas também nas restantes turmas do 2º ano. Essa alteração verificou-se a muitos níveis, dos quais quero salientar o uso correcto da linguagem matemática... Outra das alterações verificadas foi a nova abordagem que passei a fazer no que diz respeito à resolução de problemas. De simples problemas de um ou dois passos, passámos a trabalhar um leque muito variado e rico de “desafios. [...] Deixei de centrar o ensino apenas nos algoritmos e na prática de procedimentos.” (prof. M., 2008, pp. 44-45)

“Sinto que com esta formação consegui ter uma intervenção [na sala de aula] mais inovadora, gerindo com mais segurança o currículo e a complexidade inerente ao processo de ensino/aprendizagem da matemática.” (prof. CN., 2008, p. 89)

“Posso dizer que [...] cresci bastante ao nível do conhecimento matemático, curricular e didáctico. Ao nível do conhecimento matemático notei uma maior fluência ao nível do questionamento que fiz aos meus alunos [...] e da linguagem que utilizo.” (prof. L., 2008, p. 26)

“[...] tomei consciência de nem sempre utilizar a linguagem matemática com rigor, apesar de ir introduzindo o vocabulário específico e adequado à situação, nos momentos apropriados.” (prof. C, 2008, p. 24)

Relativamente a mudanças na dinâmica de sala de aula e na gestão dos tempos de aprendizagem, foi dado a observar que, inicialmente, vários PF, no contexto da resolução de problemas e da realização de investigações, tendiam a apresentar a tarefa fornecendo pistas para a sua resolução; durante o desenvolvimento da tarefa, diversos PF pendiam a fornecer indicações aos alunos que conduziam à resposta esperada. Era, também, frequente não haver um momento para a partilha e discussão, com toda a turma, do trabalho realizado. Progressivamente, muitos PF foram criando sucessivas oportunidades para a activa participação e envolvimento dos alunos. De forma crescente foi visível, por parte de muitos PF, uma preocupação em centrar mais a sua intervenção no incentivar os alunos a progredirem e a ultrapassarem dificuldades com base em questões provocativas do pensamento, evitando fornecer indicações sobre o caminho a seguir ou o que fazer para vencer um obstáculo. Além disso, a gestão do tempo da aula propendeu a ser feita de modo a que os alunos, na sequência do desenvolvimento da tarefa proposta, tivessem oportunidade de partilhar e discutir com toda a turma o trabalho realizado. Neste contexto, observou-se que muitos PF procuravam, cada vez mais, não dominar a discussão, mas sim estimular a comunicação entre os alunos, com base em questões que solicitavam a explicitação, a clarificação, a explicação e a justificação de estratégias ou processos usados e conclusões tiradas.

Nos casos em que se constatou que os PF já promoviam a partilha e discussão na turma do trabalho realizado, notou-se que este momento passou a ser orientado de um modo mais produtivo; tal decorreu, sobretudo, de um questionamento mais

eficaz. A este propósito, é de sublinhar a melhoria nos padrões de questionamento de vários PF. Um questionamento dominado por questões fechadas e de resposta curta (nomeadamente de resposta sim / não), centradas essencialmente na recordação e memorização de informação factual, deu lugar a um questionamento onde também começaram a surgir, cada vez com mais frequência, questões abertas, questões produtivas e provocativas do pensamento, tais como: “Porquê?”; “O que aconteceria se...?”; “Porque se deve, ou não, aceitar esta solução / conclusão?”; “Explica a tua ideia.”; e “O que pensas da estratégia usada pelo teu colega?”.

É ainda de relevar a variação nos modos de trabalho; a diversificação dos tipos de tarefas; e uma maior diversificação e rentabilização dos recursos usados para fomentar e sustentar as aprendizagens dos alunos. No caso da resolução de problemas, a generalidade dos professores passou a propor aos alunos problemas de diferentes tipos e não somente (ou preferencialmente) problemas de cálculo, bem como problemas que se resolviam usando estratégias diferentes. As situações e contextos, subjacentes a investigações e problemas propostos aos alunos, tornaram-se também mais ricos; isto, porque, por um lado, enfatizavam conexões intra-matemática, bem como conexões com outras áreas curriculares e com a vida real. Para além dos problemas para aplicação de conhecimento matemático, passaram a surgir também problemas que requeriam a construção de conhecimento matemático. Em acréscimo, em alguns casos, as situações e contextos apresentados envolviam elementos da história da matemática, fomentando a apreciação por esta área do saber.

As transcrições de excertos de portefólios dos PF a seguir incluídas, ilustram aspectos acima mencionados quanto ao impacte do PFCM.

“As sessões de formação foram muito importantes na aprendizagem de formas mais ricas e significativas de trabalhar a resolução de problemas e as investigações; de aumentar o rigor científico e terminológico; de melhorar o questionamento do professor, de orientar os alunos potenciando a sua actividade matemática, ...” (prof. D, 2008, p. 32).

“O enfoque dado à resolução de problemas no Programa de Formação permitiu um “olhar diferente”, uma mudança de atitudes quer da parte do professor, quer do aluno. Passei a propor problemas que fogem aos estereotipados dos manuais escolares, e remetem os alunos para formas de raciocínio mais elaboradas, são mais interessantes e motivadores, tornando-se um desafio ao pensamento matemático do aluno e também do professor!” (prof. AG, 2008, p. 8)

2. Nos alunos

Em estreita relação com as mudanças que os próprios professores identificaram nas suas práticas, referiram melhorias na aprendizagem matemática dos seus alunos. Na explicitação de aprendizagens dos alunos sobressaem referências ao desenvolvimento de capacidades de pensamento relacionadas com a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática, bem

como ao desenvolvimento de atitudes face à matemática, em geral, e à resolução de problemas, em particular.

“A evolução continua a ser visível na turma que lecciono, que adopta hoje uma postura mais desafiadora face à matemática, buscando novas estratégias e demonstrando uma maior capacidade de raciocínio.” (prof. A, 2008 p. 27)

“Muitas das minhas aulas de matemática foram programadas a partir de trabalhos partilhados nas sessões de formação. [...] Experimentei alguns problemas. No início desmonorei, as respostas eram tentativas ao acaso sem o mínimo de reflexão, os alunos nem sequer se autoquestionavam. [...] Mais tarde, [...] havia uma postura diferente face à tarefa [...] os alunos descobriam erros cometidos e com entusiasmo tentavam novamente.” (prof. CN., 2008, p. 31)

“A confiança pessoal e autonomia dos alunos têm aumentado progressivamente com a resolução dos problemas. Observei que alguns alunos perceberam que os problemas podem ter mais que uma condição e que para se encontrar a solução correcta. Quando chegam a uma solução, já são capazes de a criticar. Na comunicação do produto final, verifiquei que houve um “amadurecimento” na forma como apresentam as estratégias que encontraram para chegar à resolução final. Já conseguem ouvir os colegas e prestam atenção quando algum grupo apresenta uma estratégia ou uma forma de cálculo inovadora.” (prof., AG., 2007, p. 13)

Na sequência da realização das várias sessões de supervisão / acompanhamento em sala de aula foi dado a observar o desenvolvimento do pensamento matemático de vários alunos. De um modo particular, no contexto da resolução de problemas e da realização de investigações, constataram-se mudanças em vários indicadores de crescimento intelectual (Tenreiro-Vieira, 1994), nomeadamente: (i) impulsividade, (ii) metacognição, (iii) precisão de linguagem; e (iv) gosto pela resolução de problemas.

Inicialmente e no contexto da resolução de problemas e da realização de investigações, quando confrontados com questões como “Que razões te levaram a dar essa resposta?”; “O que te leva a pensar que essa resposta está correcta?”, muitos alunos tendiam a não responder; pendiam, sim a riscar ou apagar a resposta dada, assumindo, de imediato, que o que tinham feito não era aceitável. Quanto desencorajados de concretizar a sua intenção de riscar ou apagar um processo de resolução e a solução encontrada e, ao invés, incentivados a descreverem o que pensaram, alguns alunos não o faziam e outros faziam-no de uma forma pouco clara e precisa, não terminando as frases que iniciavam e usando muitas interjeições.

Progressivamente, denotou-se uma diminuição da impulsividade patente no pequeno número, e mesmo ausência, de rasuras nas suas produções escritas. Além disso, foi dado a observar que os alunos já não se precipitavam tanto a responder, discutiam e reflectiam nas estratégias a usar antes de implementarem; procuravam monitorizar o processo de implementação de uma estratégia, reviam o percurso feito e avaliam a solução encontrada antes de darem a tarefa como terminada. Tal sugere um crescimento a nível de pensamento metacognitivo.

Constatou-se um crescente aumento no gosto pela resolução de problemas, porquanto muitos dos alunos, progressivamente, deixaram de fazer afirmações do tipo “Isto é muito difícil”, “Não sei fazer”, “O que é para fazer aqui?” e “O que devemos responder?”. Ao invés, começaram a solicitar menos a ajuda do professor, pedindo inclusive que não fossem dadas sugestões de estratégias a usar, nem comunicada a solução, pois queriam tentar resolver sozinhos. De forma crescente, pediam ao professor lhes propor problemas e investigações.

Nas interacções com os outros, nomeadamente para os alunos partilharem o seu pensamento, foi dado a observar o progressivo uso de termos mais correctos e adequados e o uso de frases completas. Tal aponta no sentido de haver crescimento a nível da precisão de linguagem. Nesta linha, é de relevar o desenvolvimento de atitudes face à matemática, em geral, e à resolução de problemas e ao investigar em particular. Entre tais atitudes destaca-se a persistência e a abertura de espírito.

Um exemplo ilustrativo da mudança, na atitude perante um problema, tem a ver com a resolução de problemas de um ou dois passos (ou problemas de cálculo, conforme designação usada por autores como Boavida et al., 2008). Foram vários as situações e contextos em que os alunos perante um problema daquele tipo se precipitavam a dizer “é de mais”, “é de menos”, “é de vezes” ou “é de dividir”. Amiúde, tal tentativa de adivinhar a operação a usar tinha por base o deterem-se em termos usados no enunciado do problema sem atender ao contexto como um todo, como na situação “O João e Ana estão a fazer uma colecção de cromos de futebol. O João já tem 24 cromos e a Ana tem 16. Quantos cromos o João tem a mais do que a Ana”. A expressão “a mais”, para muitos alunos, era entendida como uma pista de que para resolver o problema tinham de “fazer uma conta de mais”, conforme terminologia usada pelos próprios alunos, o que denota também pouco desenvolvimento do sentido das operações.

Nesta linha, em vários casos, os alunos optavam por resolver um problema recorrendo a uma das quatro operações básicas sem se deterem para reflectir sobre a adequação da opção feita e, uma vez obtida uma solução não se questionavam acerca da razoabilidade da mesma, aceitando mesmo soluções passíveis de serem consideradas absurdas (como por exemplo, situações em que alguém depois de ter gasto parte do seu dinheiro em compras, ficava com uma quantia superior àquele que tinha inicialmente). Na sequência do trabalho desenvolvido, pelo professor, em sala de aula, muitos alunos foram abandonando a tendência para adivinhar a(s) a(s) operação(ões) adequada(s) à resolução de um problema, bem como a tendência em não monitorizar o processo de resolução e a solução obtida.

Progressivamente, muitos alunos evidenciaram maior flexibilidade de pensamento, procurando compreender o problema e resolvê-lo recorrendo a uma estratégia adequada, que podia envolver, nomeadamente, fazer desenhos, fazer um esquema ou fazer uma tabela. Denotou-se ainda, designadamente nas interacções estabelecidas entre os alunos, uma maior preocupação em rever o processo de resolução e em avaliar a aceitabilidade da solução no contexto do problema.

4. Considerações finais

As actividades de formação desenvolvidas no âmbito do PFCM configuraram-se como oportunidades de crescimento pessoal, social e profissional do professor,

proporcionando o desenvolvimento de competências profissionais essenciais à melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática. Com efeito, o desenrolar das sessões de formação em grupo, das sessões de supervisão em sala de aula, assim como o acompanhamento da actividade matemática dos alunos, evidenciou que muitos professores integraram na acção conhecimentos (re)construídos na formação.

Para tal, contribuíram vários aspectos, entre os quais se salienta: a existência de sessões de formação em grupo e de sessões de supervisão em sala de aula; as estratégias de formação usadas nos diferentes tipos de sessões; e o ambiente de formação em conjugação com o papel desempenhado pela formadora. Com efeito, o reconhecimento do acompanhamento de sala de aula como uma componente “muito importante” é um aspecto transversal nas opiniões expressas pelos PF. Em relação às estratégias de formação, os PF salientaram: a articulação teoria-prática; as oportunidades de resolver e discutir problemas e tarefas de natureza investigativa; a partilha, discussão e reflexão sobre a acção. Em relação ao ambiente de formação, entre os aspectos mais sublinhados pelos PF encontra-se: a abertura de espírito, aceitação, flexibilidade e disponibilidade intelectual em atender e dar resposta às solicitações e questões científicas e didácticas surgidas; a oportunidade de explicitar dúvidas e formular questões sem “medos”; e a segurança e apoio sentidos na planificação e no desenvolvimento do trabalho com os alunos, bem como na gestão de sentimentos associados ao processo de mudança, como, por exemplo, a insegurança e o receio de “correr riscos” rompendo com padrões habituais de actuação.

O exposto releva a pertinência e indispensabilidade de oportunidades de formação contínua que articulem diferentes tipos de sessões, incluindo sessões de formação em grupo e sessões de acompanhamento em sala de aula, assumindo um cenário de supervisão reflexivo, afirmando a reflexão antes, durante e após a acção como motor de (re)construção e/ou aprofundamento de saberes a serem reinvestidos nas práticas.

Neste enquadramento, importa que o grupo de formação se assuma como uma comunidade de aprendizagem radicada no trabalho cooperativo onde todos possam sentir que os seus contributos (sob a forma de sugestões, dúvidas, questões, ...) são aceites e seriamente considerados; onde todos possam sentir que podem (e querem) partilhar: vivências de sala de aula; experiências e recursos didácticos; dúvidas e dificuldades sentidas na abordagem de determinados conteúdos; medos e inseguranças no uso de determinados recursos ou tarefas. Neste contexto, poder-se-á suscitar e alimentar o empenhamento e intencionalidade de uma actuação docente que fomente, por parte dos alunos, a construção e utilização de conhecimento matemático e o desenvolvimento de capacidades de pensamento, em particular de capacidades ligadas à resolução de problemas, ao raciocínio matemático e à comunicação matemática, de forma a orientar o ensino da matemática numa perspectiva de educação e não de uma mera instrução, que potencie a formação de cidadãos capazes de apreciar e utilizar a matemática nas diferentes esferas da vida.

ANEXO 1 – Propostas didácticas desenvolvidas e usadas na formação

Resolução de Problemas – Exemplo 1

O jogo desejado...

O João pretende comprar um jogo para a sua consola cujo custo é de 50 euros. Para tal começou a juntar dinheiro. No início tinha 4 euros. No final da primeira semana de poupança tinha 5 euros. No final da segunda semana tinha 7 euros e no final da terceira semana tinha 10 euros. Se continuar a juntar dinheiro a este ritmo, ao fim de 12 semanas já terá dinheiro para comprar o jogo?

- Quanto custa o jogo para consola que o João pretende comprar?
- Tendo em consideração a informação fornecida no enunciado do problema, completa o quadro seguinte:

Momento	Início	Fim da 1ª semana	Fim da 2ª semana	Fim da 3ª semana
Quantia (em euros)				

- Que quantia prevês que o João tenha no final da quarta semana?
Justifica a tua previsão.
- Descreve, por palavras, uma estratégia que, em tua opinião, seja adequada para resolver o problema. Essa estratégia pode implicar o recurso a materiais, desenhos, esquemas,
- Resolve o problema, usando a estratégia que descreveste.
- Afinal, ao fim de 12 semanas o João já tem, ou não, dinheiro suficiente para comprar o jogo de consola?
Porquê?

Resolução de Problemas – Exemplo 2

Dia de azar ...

A Joana, ontem, esteve a jogar monopólio com os amigos. Era o seu dia de azar. Logo no princípio teve de gastar metade do seu dinheiro. Depois pagou 4 euros em impostos e, logo a seguir, perdeu metade do dinheiro com que tinha ficado. Nessa altura ficou com 12 euros, e, felizmente para ela, tiveram de terminar o jogo. Quanto dinheiro tinha a Joana no início do jogo?

- O que aconteceu nas sucessivas jogadas que a Joana fez durante o jogo do monopólio?
- Com quanto dinheiro ficou a Joana no fim?

- O que se quer saber?
- Descreve o que podes fazer para encontrar a resposta à questão formulada no problema.
- Resolve o problema, usando a estratégia que descreveste.
- Revê as respostas dadas às questões anteriores de forma a confirmar se o modo como pensaste e se os cálculos que fizeste estão correctos.
- Inventa e escreve um problema semelhante ao apresentado.

Investigações – Exemplo 1

Polígonos Regulares

Usando hexágonos regulares, congruentes, construiu-se a figura 1.

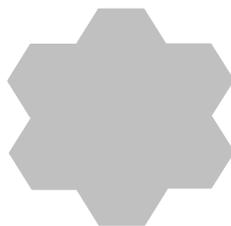


Figura 1

- Recorda o que é um hexágono regular. Quantos hexágonos regulares, congruentes, são necessários para construir a figura 1.
- Verifica, construindo a figura 1 com peças do *Pattern blocks*.
- Em vez de hexágonos regulares, congruentes, com que outros polígonos, e quantos, poderás compor a figura 1?
- Usando materiais manipuláveis (por exemplo, peças do *Pattern blocks*), descobre diferentes maneiras de compor a figura 1 e regista-as.
- Que conclusões podes tirar?

Investigações – Exemplo 2

Poliedros

Os poliedros são figuras tridimensionais constituídas só por superfícies planas poligonais de tal forma que englobam uma porção finita e sem buracos do espaço.

- Utilizando materiais manipuláveis (por exemplo, material tipo *polydron*, polígonos em cartão, planificações em cartolina, ...), constrói modelos de poliedros.
- Observa cada modelo de poliedro construído e descreve-o.
- Regista características de cada um dos poliedros construídos, numa tabela do tipo que a seguir se apresenta.

Poliedro	Características		
	Nº de Faces	Nº de Vértices	Nº de Arestas

- Procura descobrir uma relação entre o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V) de um poliedro.
- Usando modelos de poliedros construídos com material polydron e/ou modelos de diferentes poliedros, verifica se a relação que descobriste se confirma.
- Com base na relação que descobriste, diz quantas arestas terá um poliedro que se tiver 5 faces e 6 vértices, quantas arestas terá? E se tiver 5 faces e 5 vértices, quantas arestas terá?
- O cubo é um **poliedro regular**. Com o material tipo *polydron* constrói outros poliedros regulares.

Bibliografia

- Alarcão I. (2007) Professores reflexivos em uma escola reflexiva. 5ª.ed. Cortez. Editora, São Paulo. Brasil.
- Boavida A, Paiva A., Cebola G., Vale I., Pimentel T. (2008): *A experiência matemática no ensino básico – Programa de formação em matemática para professores do 1º e 2º ciclos do ensino básico*. Lisboa, Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ball D, I. Goffney, Bass D. (2005): *The role of mathematics instruction in building a socially just and diverse democracy*. *The Mathematics Teacher*, 15 (1/2), 2-6.
- Capra F. (1994): *A teia da vida*. 9.ed. Cultrix, São Paulo. Brasil.
- Despacho conjunto nº 812/2005: Diário da República, 2ª série – nº 204, 24 de Outubro de 2005.
- Despacho nº 6754/2008: Diário da república, 2ª série – nº 48, 7 de Março de 2008.
- Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (2004): *Provas de aferição do ensino básico (4º, 6º e 9º anos). Análise comparativa (2001-2003) – Língua Portuguesa / Matemática*. DGIDC, Lisboa.
- Fullan M, Earl L. (2002): *United Kingdom national literacy and numeracy strategies*. *Journal of Educational Change*, 3, 1-5.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2004): *Resultados do Estudo Internacional PISA 2003 – Programme for International Student Assessment*. GAVE, Lisboa.
- Gabinete de Avaliação Educacional (2007): *PISA 2006 – Competências científicas dos alunos portugueses*. GAVE, Lisboa.
- Irwin K. C., Britt M. S (2005): *The algebraic nature of students' numerical manipulation in the New Zealand numeracy project*. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 169-188.
- Japiassú H., Marcondes D. (1996): *Dicionário básico de filosofia*. 3.ed. Jorge Zahar, Rio de Janeiro. Brasil.

- Loucks-Horsley S., Hewson P., Love N., Stiles K. (1998): *Designing professional development for teachers of science and mathematics*. The National Institute for Science education, Thousand Oaks.
- Ministério da Educação (2001): Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências essenciais. Editorial do Ministério da Educação, Lisboa.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989): Curriculum and evaluation standards for school mathematics. NCTM, Reston.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000): Principles and standards for school mathematics. NCTM, Reston.
- National Research Council (1996): National Science education standards. National Academy Press, Washington.
- Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económicos (2000): Measuring student knowledge and skills. OCDE, Paris.
- Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económicos (2003): The PISA 2003. Assessment Framework – Mathematics, reading, science, problem solving, knowledge and skills. OCDE, Paris.
- Ponte P., Ferreira C., Varandas J., Brunheira L., Oliveira H (1999): *A relação professor aluno na realização de investigações matemáticas*. Projecto MPT e APM, Lisboa.
- Ponte P., Serrazina L., Guimarães H., Breda A., Guimarães F., Sousa H., Menezes L, Martins E., Oliveira P. (2007): *Programa de Matemática do Ensino Básico DGIDC, Lisboa*.
- Serrazina L. et al. (2005): *Programa de Formação Contínua de Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa, DGIDC
- Tenreiro-Vieira C (1994): *O pensamento crítico na educação científica: Proposta de uma metodologia para a elaboração de actividades curriculares* (tese de mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa
- Zevenbergen R. (2004): *Technologizing numeracy: Intergenerational differences in working mathematically in new times*. Educational Studies in Mathematics, 56, 97-117.

Celina Tenreiro-Vieira. Professora requisitada no âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico na Universidade de Aveiro-Portugal. Licenciada em Matemática / Ciências da Natureza; Mestre e doutora em Ciências da Educação (especialidade Didáctica), pela Universidade de Lisboa. Membro do Centro de Investigação em Didáctica e Tecnologia na Formação de Formadores da Universidade de Aveiro, tem desenvolvido estudos de investigação na área da formação de professores; Capacidades de Pensamento; Contextos de educação formal e não formal.