



Astronomía y Matemáticas

Alberto Castellón Serrano

En ocasiones se olvida que son dos las efemérides que se celebran en este 2009, declarado Año Internacional de la Astronomía (AIA/IYA 2009). Aunque ambas acontecieron hace cuatro siglos, una de ellas disfruta de mayor difusión. Por un lado, Galileo apuntó por primera vez al cielo con un antejo fabricado por él mismo. Provisto de ese nuevo aparato, el científico pisano contempló un universo muy distinto al aceptado hasta entonces. El Sol y la Luna no eran discos perfectos. En el primero se advertían manchas. En el segundo, cráteres, montañas y mares. Tampoco Saturno adoptaba la forma ideal de un círculo pues se distinguían en él un par de abultamientos antípodas. Galileo Galilei (1564-1642) se dio cuenta de que el aspecto blanquecino y uniforme de la Vía Láctea se debía a una gran aglomeración de estrellas. Y otras de sus observaciones dotaban de credibilidad al modelo heliocéntrico propuesto por Copérnico (1473-1543), a saber: Venus pasaba por un ciclo completo de fases, y alrededor de Júpiter giraban cuatro astros. Así, mientras que las fases de Venus solo se explicaban concibiendo su órbita centrada en el Sol, la existencia de satélites en Júpiter despojaba a la Tierra del privilegio de ocupar el centro del cosmos.

Mas si estos descubrimientos revolucionaron a la astronomía, aquel 1609 se produjo otro hecho crucial para el desarrollo de la ciencia. Se trataba de un logro matemático de primera magnitud: Johannes Kepler (1571-1630), tras una década de investigaciones, publicaba *Astronomía nova*. En esta obra se muestran dos resultados rotundos a los que se conoce como *primera ley de Kepler* y *segunda ley de Kepler*. (La tercera apareció diez años más tarde en *Harmonice mundi*.) Conviene aquí recordar sus enunciados:

Primera ley: Los planetas se mueven según órbitas elípticas que tienen al Sol como uno de sus focos.

Segunda ley: El radio que une un planeta con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.

Tercera ley: Los cubos de los radios medios de las órbitas de los planetas son proporcionales a los cuadrados de los tiempos que invierten en recorrerlas.

Estas tres sentencias describían y cuantificaban las evoluciones de las llamadas *estrellas errantes*. Además, permitían calcular con precisión las posiciones que ocuparían los planetas en la esfera celeste a una fecha dada. Por ejemplo,

Kepler consiguió predecir tránsitos de Venus y Mercurio por delante del disco solar, aunque no vivió lo suficiente como para presenciarlos. Así mismo comprobó, teniendo en cuenta los tres modelos cosmológicos que se debatían en la época (el de Ptolomeo, el de Copérnico y el de Brahe), que los datos observacionales cuadraban con los calculados si se presuponían las leyes anteriores.

Porque hasta la genialidad de Kepler, no se concebían otras órbitas para los planetas que las circulares (o epiciclos compuestos a partir de circunferencias). Imposible que la inteligencia del Creador hubiera recurrido a trayectorias más imperfectas que la circunferencia. Sin embargo, la matemática griega ya había aportado toda una teoría acerca de estas curvas, no por impuras, menos esbeltas. Apolonio de Perga, quien nació alrededor del 262 a. de C., tuvo en su tiempo reputación como excelente astrónomo, pero alcanzó en realidad la fama por su tratado sobre *Secciones cónicas*, del que nos han llegado 7 de sus 8 libros. Apolonio adoptó los nombres *elipse*, *hipérbola* y *parábola* de los antiguos términos pitagóricos para la aplicación de áreas.

La situación resulta pues sorprendente. En efecto. Cabe imaginar a un Kepler que anhela corroborar las propuestas copernicanas por medio de las matemáticas, que logra hacerse con las valiosísimas *Tablas rudolfinas*, minuciosas y precisas medidas de la posición de Marte compendiadas por Tycho Brahe (1546-1601) gracias al imponente círculo mural de su castillo de Uraniborg. Cabe imaginar al matemático alemán reconstruyendo la órbita del planeta bajo la hipótesis circular, desechándola por no concordar sus cálculos con las mediciones reales, probando después con distintos tipos de óvalos, rechazándolos por la misma causa... En definitiva, diez años de rastreo de una pieza que, al fin, se logra cazar al rescatar de los textos clásicos a aquellas cónicas estudiadas dieciocho siglos atrás por Apolonio. En verdad que resulta sorprendente. Porque, con anterioridad a este hito de la ciencia, las cónicas no pasaban de un ejercicio teórico sin soporte material. Bello, eso sí, mas poco o nada práctico. Obviando la leyenda de los espejos parabólicos supuestamente contruidos por Arquímedes para incendiar los barcos romanos que asediaban Siracusa, hasta el movimiento balístico investigado por Galileo, o el discurrir de los planetas alrededor del Sol, no se apreciaban cónicas en la naturaleza. De ahí que deba sorprender la anticipación de un soporte matemático para describir lo que acontece el mundo real.

No obstante, si se reflexiona algo más, tampoco habría de extrañar tanto semejante circunstancia. Roger Penrose (1931) clasifica a las teorías físicas en tres grupos: soberbias, útiles y tentativas. Y no duda en encuadrar a la geometría euclídea en el primero. Según Penrose, el formidable edificio axiomático construido por Euclides en *Los elementos* nació con vocación de modelo cosmológico. Recuérdese, si no, el origen de la palabra *geometría*. Además, la anticipación mencionada más arriba habría de repetirse con frecuencia a lo largo de la historia. De una persecución esencialmente estética, como fueron los sucesivos intentos de deducción del axioma de la paralela a partir de los otros cuatro, nació la *geometría no euclídea*, conocida hoy también como *lobatchewskiana* o *hiperbólica*. Nada más lógico que quien primero la sistematizara como teoría nueva, K. F. Gauss (1777-1855), se decidiese a comprobar sobre el terreno si el cosmos se ajustaba o no al patrón euclídeo. Apasiona el relato en el que el príncipe de las matemáticas aborda

la medición de los ángulos de un gran triángulo con vértices en las cumbres de los montes alemanes Hohenhagen, Inselberg y Brocken. Incluso diseñó un aparato cuya precisión solo ha sido superada en tiempos recientes por los teodolitos provistos de láser. El curso normal de la investigación matemática habría de llevar al genial Riemann (1826-1866) a establecer las bases de la geometría de variedades y generalizar el problema con nuevas herramientas. Fue el matemático húngaro Marcel Grossmann (1893-1936) quien introdujo a Einstein en tales técnicas y colaboró con él en la consecución de la teoría de la relatividad general. (Se cuenta que Einstein (1879-1955) se pasó la vida quejándose de que necesitaba saber más matemáticas.) Lo importante de este asunto es que de nuevo, y sin pensarlo, se había establecido con antelación un soporte matemático eficaz para modelar el universo.

En la actualidad hay un gran número de matemáticos que trabajan en esta línea, llamada *geometría de Lorentz*, y colaboran con los físicos en cuestiones cosmológicas. La astrofísica Janna Levin (1968) describe con humor las diferentes mentalidades de unos y otros. Según ella asevera, los matemáticos, al estar desprovistos de prejuicios empíricos, se atreven a aventurar hipótesis que jamás formularía un físico, y que con frecuencia se convierten en la clave buscada.

Hasta aquí se han expuesto algunos casos en los que se evidencian las relaciones entre astronomía y matemáticas. Por supuesto que no son los únicos. Sabido es que la matemática, al margen de su carácter de ciencia independiente, da soporte a la mayoría de las disciplinas, ya científicas, ya de humanidades o de otro tipo. Incluso las partes de la matemática que en principio se creían no contaminadas de aplicaciones prácticas resultan a la postre útiles para resolver problemas insospechados. (Se han vivido ejemplos recientes con la teoría de categorías o la topología general, eficaces ambas en el estudio de la semántica denotacional de los lenguajes de programación, o la teoría de números subyacente a la criptografía.) Mas, en el caso de la astronomía, el matrimonio interdisciplinar se produce desde sus mismos inicios. Raro que en la biografía de un astrónomo histórico no se lea "astrónomo y matemático". Ya sea en astronomía de posición, en mecánica celeste, en astrometría o en cosmología, las matemáticas inundan tanto los fundamentos como los métodos utilizados. Y en astrofísica, las matemáticas ocupan el papel que le corresponde como herramienta instrumental de la física.

Recíprocamente, la astronomía ha espoleado por su parte a la matemática, la ha urgido a desarrollar lo que le hacía falta, logaritmos, técnicas de cálculo, modelos teóricos, trigonometría esférica... En este punto, no ha de sorprender que en medio de los razonamientos de Kepler, Galileo, Copérnico o Newton se encuentre un nuevo teorema de geometría sintética que ha necesitado su autor para proseguir con el discurso. Se recomienda al lector que hojee, aunque solo sea por satisfacer la curiosidad de cómo se argumentaba entonces, los textos originales de aquellos gigantes de la astronomía..., y, por descontado, de las matemáticas.

Bibliografía

Eves, H. (1969), *Estudio de las geometrías*, Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, México.

Hawking, S., (2003) *A hombros de gigantes*, Crítica, Barcelona.

Levin, J., 2002 *Cómo le salieron las manchas al universo*, Lengua de trapo, Madrid.

Penrose, R., 2006 *La nueva mente del emperador*, DeBOLS!LLO, Barcelona,

Schoolz, E., *Gauss, Carl F.*, 2005. *El "gran triángulo" y los fundamentos de la geometría*, Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española, Vol. 8, Nº 3, , págs. 683-712

<p>Alberto Castellón Serrano: escritor, astrónomo aficionado y profesor titular de álgebra de la Universidad de Málaga</p>
