REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Marzo de 2010, Número 21, páginas 133-157
ISSN: 1815-0640

A construção do conceito de seqüências na perspectiva lógico-histórica.

Ailton Barcelos Da Costa

Resumo

Nesta pesquisa estudamos a História da Matemática enquanto metodologia de ensino, para desenvolvermos o ensino de seqüências e progressões para alunos da Universidade Federal de São Carlos, através de mini-curso de 30 horas, de onde analisamos as percepções destes enquanto vivenciavam atividades de ensino na perspectiva lógico-histórica. Esperava-se uma melhor percepção da aprendizagem dos alunos através desta metodologia.

Abstract

This research studied the History of Mathematics as a methodology of teaching, to develop the teaching of sequences and progressions for students of the University of San Carlos, through mini-course in 30 hours, where we analyze the perceptions of these activities, as experienced in teaching logical-historical perspective. It was hoped a better understanding of students learning through this method.

Resumen

En esta investigación estudiamos la Historia de la Matemática en cuanto a la metodologia de enseñanza, para enseñar secuencias y progresiones a alumnos de la Universidad Federal de San Carlos, a través de un mini-curso de 30 horas, analizamos las percepciones de ellos mientras se llevaban a cabo actividades de enseñanza desde la perspectiva lógico-histórica. Se esperaba una mejor percepción del aprendizaje de los alumnos a través de esta metodologia.

1. Introducão ao problema

Percebemos, através da experiência em estágios, que o ensino tradicional está associado ao ensino memorístico, onde o aluno apenas copia o que está na lousa, não participando do processo de pensar sobre os conceitos matemáticos, tendo eles dificuldades no aprender os conceitos matemáticos, principalmente àqueles relacionados ao pensamento algébrico.

Dessa forma, concordamos com Sousa (2004), que diz que:

> *Entendemos que a História da Matemática passa a ser Metodologia de Ensino para aquele que ensina, a partir do momento em que este, compreende o seu próprio movimento do pensamento ao relacionar teoria e prática, ou seja, tem domínio do seu processo lógico-histórico.*

> *O movimento ao qual estamos nos referindo não nasce espontaneamente, uma vez que é intencional.*

Já Gomes (2005), diz que é preciso ter consciência de que fazer e perceber historiográfico do ensino de matemática não se dissocia do contexto sócio-cultural de sua época. De certa forma, em Miguel & Miorim (2004, p. 48), citado por GOMES (2005), "*a Matemática pode ser desenvolvida pelo estudante mediante a resolução de problemas históricos, a apreciação e a análise das soluções apresentadas pelos nossos antepassados*", passou a se difundir a partir do 5° Congresso Internacional de Educação Matemática.

Sendo assim, o educador matemático, ao fazer a análise sobre o papel da História da Matemática no ensino, tem condições de verificar onde e como esses resultados foram produzidos.

Dessa forma, ao assumirmos o lógico-histórico enquanto forma de pensamento, necessariamente, assim como os estudos que se fundamentam na perspectiva da Educação Conceitual (Lanner de Moura, 2002), consideramos a flexibilidade, a relatividade, a interdependência, a fluência, o processo e o movimento do próprio pensamento que ocorre na totalidade do pensamento.

Então, conhecer a história do desenvolvimento da matemática nos permite conhecer seu objeto, bem como "*compreender o lugar dessa ciência na atividade produtiva e social dos homens*" (Ríbnikov, 1987, pg. 12).

Dessa forma, defendemos a idéia de que, sem essas conexões pode não ocorrer apropriação de conceitos científicos de forma automática.

Aqui, a função da História da Matemática no ensino, de acordo com Sousa (2004, pág. 101), a partir do lógico-histórico "*assume o papel do elo de ligação entre a causalidade dos fatos e a possibilidade de criação de novas definibilidades que permitam compreender a realidade estudada*".

Já em relação aos autores lidos durante o mini-curso, começamos por Caraça (1998), que trata dos conceitos de fluência e interdependência, servindo de suporte para o estudo de movimentos no Egito Antigo.

Ainda em relação ao Egito Antigo, encontramos em Miranda, Reis e Jacobsen (2005) e também em Barasuol (2006), a história da matemática no Egito Antigo, onde vimos como se deu o desenvolvimento matemático e pudemos aplicar os conceitos de Caraça (1998) e servir de aporte para o estudo de movimentos, além de entender a origem dos problemas do Papiro de Rhind, que foram usados como exercícios.

A seguir entramos na Mesopotâmia, onda falamos sobre história geral e da matemática daquela civilização. Notamos que a matemática se desenvolveu através de atividades práticas e dos rudimentos da astronomia, mesmo não tendo movimentos regulares como no Egito.

Após um breve estudo dos gregos, passamos aos povos asiáticos, como China, Índia e Mundo Árabe. Começamos nosso estudo por um panorama da historia geral destes povos, visto em Eves (2004), para só depois estudarmos um pouco sobre o desenvolvimento da matemática destas civilizações, em Eves (2004) e Ribnikov (1987). Nestes povos, o que se destacou foi seu incrível desenvolvimento, onde pudemos constatar o surgimento de matemáticas só redescobertas pelos europeus, quase dois mil anos após, impressionando muito os alunos.

O texto seguinte foi sobre a matemática na idade média, de Ohse (2005). Aqui estudamos Fibonacci e suas contribuições, e a matemática da idade média até o inicio da Renascença. Assim, pegamos logo em seguida o advento da matemática moderna. Iniciamos esta etapa com outro texto de Eves (2004), sobre o contexto histórico deste período, para dar uma breve mostra da matemática e da vida de Napier. Neste período vemos um pouco da relação entre progressão aritmética e geométrica, que deu origem à primeira contribuição sobre logaritmos, de Stifel, e a ligação com os logaritmos de Napier.

Por fim, encerramos o curso estudando as principais contribuições de Gauss, através de um texto de Boyer (1996).

a) ENSINO DA PA E PG.

No Ensino Médio (entre 15 e 17 anos) é dada a ênfase no uso de fórmulas memorizadas, que raramente são deduzidas. Também não há conexão com a realidade e com raras aplicações, normalmente a juros. O que vemos é a ênfase na memorização, e não no desenvolvimento do conceito. Já a história é pouquíssima usada, e quando é fica no uso como mera curiosidade, e não como fator motivador para o ensino.

2. Metodologia

2.1. Metodologia da Pesquisa

Quanto à metodologia da pesquisa, de acordo com BORBA (2004), a pesquisa qualitativa vem ganhando vulto na Educação Matemática, e com isso, vem trazendo novas abordagens dentro das atividades de ensino, que só vem a enriquecer o trabalho do pesquisador. Nesse intuito, é que Benedetti (2003), citado por Borba (2004, pg. 10), em seu trabalho vem discutir diversos detalhes, em nível de procedimentos para realização de um experimento de ensino (ou atividade de ensino), e expressa uma série de passos que têm sido utilizados em na análise de vídeos:

1. Assistir aos vídeos durante os experimentos de ensino, observando os alunos e o meu desempenho como pesquisador;
2. Encerrados os EE [experimentos de ensino], desenvolver a transcrição;
3. Construção de cenas, a partir das transcrições e dos vídeos; são divisões pequenas, variáveis em duração, e não possuem considerações teóricas;
4. Construção de episódios, interligando algumas cenas e descartando outras;
5. Estudo intensivo dos episódios, articulando suas cenas a temas constantes na revisão de literatura e no referencial teórico (Benedetti, 2003, p. 79).

Dessa forma, concordamos com Borba (2004), que, não somente como analisar ou desenvolver um experimento de ensino, mas também suas limitações e as possibilidades devem ser analisadas. Por um lado, os alunos que participam desta modalidade de pesquisa estão fora da sala de aula, fora do contexto da avaliação que cerca a sala de aula usual. Por outro lado, ainda de acordo com Borba

(2004), é possível que o pesquisador valorize a voz do estudante de forma especial, trazendo-o para a pesquisa, tentando construir modelos que validem a Matemática do aluno (em contraposição a testes ou mesmos análises qualitativas que enfocam o erro).

Por isso tudo, concordamos com Bogdan e Biklen (1994), pois para eles *a busca pelos significados que as pessoas dão as coisas e a sua vida, é o foco de atenção especial do pesquisador.*

Já quando nos referimos às aulas em si, usamos a metodologia de investigação. Então, de acordo com Ponte et all (1998),

Estaremos perante uma investigação quando não são imediatamente acessíveis ao aluno, nem o processo de resolução nem a solução ou soluções da questão, constituindo uma actividade motivadora e desafiadora para o aluno. As investigações matemáticas caracterizam-se, igualmente, pelo estímulo que fornecem ao aluno para este justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante os seus colegas e o professor.

Assim, de acordo com Ponte et all (1998), o professor tem um papel fundamental na planificação e condução de atividades de investigação na sala de aula.

2.2. Metodologia de Sala de Aula

O encaminhamento proposto na pesquisa na sala de aula é a investigação histórica, como procedimento de ensino, que por sua vez deve ser orientada ou regida pela idéia de que o conhecimento da evolução de um conceito matemático possibilita ao aluno, a sua compreensão. Ao pesquisador, oportuniza a formação de uma visão dinâmica e processual da Matemática e estabelecer uma identidade entre processos de produção e aprendizagem de seus conhecimentos, deixando de reduzir as questões metodológicas do ensino a uma simples reprodução mecânica.

Assim, de acordo com Sousa (2004), professores e estudantes devem partir do princípio de que aprender um conceito matemático envolve apropriação de significações que são produzidas durante o desenvolvimento histórico da humanidade.

2.3. Etapas do Projeto

Inicialmente, pretendíamos desenvolver, atividades de ensino que focavam a construção dos conceitos de seqüências e progressões a partir do lógico-histórico da seqüência de Fibonacci e suas propriedades, para alunos da rede pública de ensino de São Carlos/SP que estavam cursando o segundo ano do Ensino Médio (16 anos), mas não foi possível, devido às restrições das escolas, bem como ao prévio comprometimento das mesmas com outras atividades. Dessa forma, desenvolvemos as atividades de ensino dos conceitos supracitados para alunos do primeiro ano do curso de matemática da Universidade Federal de São Carlos (com estudantes a partir de 18 anos), durante o primeiro semestre de 2008, através, no período de 02/04/08 a 11/06/08, com duração de 30 horas, para 7 alunos de graduação dos cursos de Matemática, Fisica e Ciências Sociais do mini-curso “Seqüências e Progressões no Contexto Lógico-Histórico”.

As atividades de ensino que foram agrupadas em uma apostila, que envolviam os seguintes nexos conceituais: fluência; interdependência; movimentos regulares; a seqüência de Fibonacci e suas propriedades, bem como a leitura de textos teóricos dos seguintes autores: Caraça (1998); Costa (2003); Eves (1997); Morgado, Ribnikov (1987); Sousa (2004).

Ressalta-se que os dados foram analisados com base na bibliografia consultada, e em especial em Sousa (2004), que serve de base para estudar o lógico-histórico, bem como movimentos e fluência dentro da álgebra. Neste ponto também usamos Caraça (1998).

2.4. Transcrição do Vídeo

Durante o mini-curso, todas as aulas foram filmadas e feitas com ajuda de um bolsista de extensão, e tiveram a duração total de 33 horas, gravados em 12 mídias tipo DVD-R.

Foram escolhidos os episódios de ensino referente à primeira atividade por conter um rico material para estudo, como diálogos, inclusive citações de autores de Ciências Sociais por um aluno.

Assim, depois da transcrição dos episódios de ensino, passou-se a análise do material, uma vez que estes foram organizados de acordo com o surgimento de cada um.

Para ser analisado o material foi organizado considerando as quatro categorias abaixo:

(i). Formação do conceito e movimento: Nesta categoria as atividades estudadas consideravam num primeiro o movimento da cheias do rio Nilo, objetivando a compreensão do conceito de fluência, e no outro momento a análise dos problemas sobre movimentos sobre regulares no Papiro de Rhind.

(ii). Conceito de movimento em algumas civilizações (Mesopotâmia, China, Índia): Num primeiro momento foi trabalhado um problema envolvendo progressões, da civilização Mesopotâmica, e em outro, foram trabalhados problemas relativos a progressões das civilizações da Índia e china.

(iii). Estudando Fibonacci, sistematizando conceitos de seqüências e progressões: Num primeiro momento foi proposto o problema dos coelhos, que deu origem à seqüência, e após foram trabalhados problemas relativos às aplicações da seqüência de Fibonacci.

(iv). Origem das operações da PG e PA: Foram trabalhadas as operações com progressões, a partir de logaritmos de Gauss.

3. Resultados e discussão.

3.1. Formação do conceito e movimento

A primeira etapa foi desenvolver atividades de ensino, para posteriormente serem aplicadas no mini-curso. Aqui, citamos Sousa (2007, p. 4), que diz:

> "*A atividade de ensino como expressão da unidade teoria e prática deverá compor harmoniosamente conteúdos, objetivos e métodos, por sua vez, dimensionados pelas interações que deverão desencadear entre os três elementos fundamentais do ensino: o objeto do*

> *conhecimento, o professor e o aluno. Em última instância, a rede que conecta todos esses elementos e tece a coerência entre eles é alimentada pela visão de homem, de mundo, de sociedade e de conhecimento que o futuro professor tem construído".*

Seguindo esta forma norteadora, foram desenvolvidas duas atividades de ensino denominadas: "Sequências e Progressões no contexto lógico-histórico", e "Analise dos problemas sobre movimento regulares que constam no Papiro de Rhind". Segue duas atividades selecionadas.

Episódio 1: Descobrindo Movimentos

Na parte um, Descobrindo Movimentos, tínhamos o objetivo de explorar tais conceitos. Aqui citamos Sousa (2004, pg. 52), que diz que:

> *Entender o lógico-histórico da vida significa entender a relação existente entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas; a relatividade existente entre o pensamento humano e a realidade da vida, bem como compreender que tanto o lógico como o histórico da vida está inserido na lei universal, que é o movimento.*

Dessa forma, o objetivo era que o aluno fizesse relações entre o pensamento e a realidade, dentro de um contexto histórico. Assim, ao tentarmos explorar o conceito de forma intuitiva, a maioria apelou para o conceito físico, e só um aluno mostrou a definição física intuitiva e a definição nas ciências sociais, que segue abaixo:

Ailton:
- *Vocês querem discutir esse texto* (LIMA, 2004, pg. 2), *aqui* (Parte 1, (iii)) ?
- *Na verdade eu já comentei, já falei a idéia.*
- *Vocês querem discutir alguma coisa* (sobre o texto de (LIMA, 2004, pg. 2)?

Sidnei:
- *Então, essa idéia de progressão ai tá ligada à repetição*?

Ailton:
- *Repetição*!! *O padrão de repetição começa a surgir* (no texto) *aqui...*

Sidnei:
- *É interessante que na vida também se repete... sol... noite... o movimento de perna, braça, o som... a vibração cai na repetição...*
- *Várias coisas do nosso cotidiano tende a ter coisas repetitivas.*
- *Então, nas progressões, eu não sabia que tinha esse significado.*
- *Achava que eram só as equações*...
- (0:48:35)

Ailton:
- *A gente ta acostumado a ver PA e PG no ensino médio como fórmulas decoradas, de forma pronta e acabada. Na verdade tem muito mais que isso.*
- *Pra nestas fórmulas, nestes resultados, foram milênios de desenvolvimento histórico em matemática.*
- *Não foi assim do dia para a noite, que sem mais nem menos ta tudo pronto.*
- *Bem, vamos pensar... Quanto tempo temos até a colheita...*
- *Planta, vem seca...*
- *Planta, vem enchente... todo ano.*

- *Os aspectos que vão observar, as estrelas, para achar esse padrão, esse calendário solar...*
- *Então, temos 365 dias até a enchente, de padrão regular, no calendário, de forma regular.*
- *Quando falo regular, que se repete....*
- *Quer entrar? Pode entrar* (Edipo)...

Sidnei:
- *Pode responder essa pergunta*?

Ailton:
- *Pode*.

Análise do episódio 1

Neste episódio, vimos que os alunos atingiram o objetivo com ajuda do pesquisador, pois conseguiram fazer, de acordo com Sousa (2004, pg. 52), "*relações entre a mutabilidade e a imutabilidade das coisas*".

Neste episódio, o principal objetivo era de que os alunos estabelecem relações entre os aspectos históricos das seqüências e progressões e os nexos conceituais, que foi mostrado por meio dos diálogos acima, onde os alunos identificam os movimentos e a fluência, em um texto de (Lima, 2004, pg. 2). Assim, de acordo com SOUSA (2004), entendemos que os alunos compreenderam o significado de movimento regular e sua relação com o imutável.

Atividade 2: Fluencia e Movimentos.

O objetivo desta atividade era discutir o conceito de fluência, a partir do texto de Caraça (1998), e o aluno fazer relação com a realidade, tanto atual como histórica, do Egito Antigo.

O texto de Caraça (1998) foi lido e considerado difícil de entendimento. Neste ponto notamos a dificuldade em interpretação de texto por parte dos alunos do curso de Matemática.

Assim, foi solicitado a cada aluno que começasse a ler um trecho do texto. Ao final de alguns parágrafos ou de um tópico, era solicitado que outro lesse em seqüência, de modo aleatório para a escolha do próximo aluno a ler, evitando conversas paralelas.

A seguir, foi solicitado que os alunos comentassem o que entenderam do texto.

Episódio

Segue trecho do vídeo, transcrito abaixo:

Ailton:
- *Então, vamos discutir o texto do Caraça. Vê o que vocês acharam... difícil... fácil*...

Dimas:
- *Difícil*...

Juscelino:
- *Achei curioso o que ele faz com as ciências exatas, o mesmo o Conte faz com as ciências humanas. Não tem como definir uma ciência como, por exemplo, as definições da crítica clássica*...

Edipo:

- *O conceito de fluência, principalmente, tem a idéia que você não tem conhecimento absoluto, pois você tem que recortar, ter um recorte, um isolado...*

Juscelino:

- *Em algumas ciências não tem como você fazer esse trabalho de isolado.*
- *Na Estatística você não tem como trabalhar com o todo, mas com amostras, pois inviável sem amostras, pelo tempo, pelos recursos... até recursos humanos.*
- *No Rio de Janeiro, em alguns morros, não tem como entrar...*

Edipo:

- *Também fica inviável com relação às variáveis.*
- *Tem gente que dificuldade a linguagem...*
- *Às vezes não tem funcionário para fazer a função...*
- *E como o funcionário vai fazer a analise da própria vida? Ele vai fazer analise do que está fora, e da vida dele... Então, ele se inclui no todo*.

Juscelino:

- *Acho interessante partir desse aspecto que tudo muda, até demais...*
- *Essa preocupação que ele coloca em relação às ciências naturais, é uma preocupação que muitas pessoas que não tem essa noção de ciência que ele tem, coloca para se contrapor em relação a nós das ciências humanas, um debate que é feito a respeito de ciência. As pessoas dizem com arrogância, é o que alguns dizem, filósofos, homens de ciência.*
- *Alguns dizem: Olha, vocês das ciências humanas não fazem ciência, pois vocês.. toda vez que vai fazer a escolha do objeto de estudo, vocês estão sendo parciais. Mas essa parcialidade existe?*
- *Como na química, por exemplo, você quer estudar metanol. Existem verbas para estudar metanol.*
- *Não existem verbas para você estudar o que existe a respeito da corrida nuclear... na guerra fria. Quero trabalhar com mísseis.. pode ser que você consiga...*
- *Não Existem condições para você trabalhar com energia nuclear hoje, do que na década de 50, 60 no auge da guerra fria...*
- *Agora, se você falar... que uma fonte de energia alternativa, no caso o metanol.*
- *Então, o fato de existir uma disposição da sociedade, de existir verbas, de existir disposição para aquilo.*
- *O seu estudo já é direcionado... Não existe neutralidade!*
- *Nem o sabonete é neutro...*
- *É interessante isso, que ele coloca... Essa humildade de dizer...*
- *Estou me baseando na opinião dos pré-socráticos*...
- *Olha, ele diz: O homem passou no rio, e nem o rio que ele passou é o mesmo...*
- *Nem o homem é o mesmo... Se a gente fosse o mesmo, não haveria envelhecimento, não haveria morte, que é o fim de vários ciclos vividos*.

Edipo:

- *Você falou no aspecto orgânico... Tem o aspecto da experiência. Antes dele passar pelo rio, ele não tinha a experiência de passar pelo rio, então ele adquiriu experiência.*
- *Sartre cita alguma coisa, que ele não tem como ser o mesmo*...

Juscelino:

- *Agora, o trabalho de Popper, considera muito a relação do aspecto de lei e tendência.*
- *Por exemplo, no caso da matemática, das ciências exatas elas têm que determinar leis para reprodução. Se você não puder reproduzir o experimento, se você não reproduzir aquilo que você está estudando, você não pode determinar leis. Se você não determina leis, então fica difícil você dizer que é ciência, nos moldes das ciências exatas*.

Análise do episódio

É importante notar que alguns alunos se destacam dos demais na habilidade natural de discutir algo mais amplo, abrangendo a filosofia e fazendo diversas inter-relações.

Aqui notamos que alunos dos cursos de Ciências Sociais tiveram maiores facilidades nas discussões dos textos, enquanto que os de Matemática e Física tiveram maior dificuldade.

Assim, é destaque nas falas dos alunos o conceito de movimento, que a primeira vista parece tão óbvio, mas com a ajuda das atividades conseguiram percebe-lo, principalmente quando é referido ao rio, e chegam à conclusão que tudo está em movimento.

Atividade: Formação do conceito de seqüências

O conceito de seqüências começou a ser discutido, a partir do tema foi Egito Antigo. Exploramos a formação do conceito de seqüências, devido à variação da cheia do Rio Nilo, e também a problemas no Papiro de Ahmes (ou Rhind) e também problemas do tratado chinês *Manual Aritmético do Mestre Sol*, do século III.

Segue abaixo a atividade completa:

Egito Antigo e formação do conceito

(i) Escreva em cinco linhas o que você sabe sobre o Egito Antigo.

(ii) Você sabe alguma coisa sobre a Matemática do Egito Antigo? Escreva o que souber.

(iii) Leitura de texto:

- A matemática da pré-história ao antigo Egito, por Fabiana Fagundes Barasuol, UNIrevista Vol. 1, n°2, abril 2006.
- A história da matemática no Egito Antigo, por Clenilson Dos Reis, Henrique S. Miranda e Simone Jacobsen, POLO UNIVERSITARIO – UFES, 2005.

Canção Infantil: Uma Soma

Provavelmente a cantiga abaixo tem origem no Egito Antigo, no denominado Papiro de Rhind ou Ahmes.

Uma antiga canção infantil dizia:

"*Ia eu para St. Ives,*

Conheci um homem com 7 esposas,
Cada esposa tinha 7 sacos,
Cada saco tem 7 gatos,
cada gato tem 7 gatinhos.
Gatinhos, gatos, sacos, esposas,
Quantos iam para St. Ives?"

Obs.: St. Ives é uma pequena cidade inglesa perto de Cambridge que deve o seu nome a Santo Ivo, bispo persa que morreu na localidade por volta de 600.

A primeira versão do problema:

O problema 79 do Papiro de Rhind (Egipto, século XVI a. C.), aparece da seguinte forma:

Pode-se inventar um problema à volta dos dados fornecidos no papiro, foi o que fez, o matemático norueguês, *Oystein Ore*, "traduzindo-o" da seguinte forma:

Um homem tinha sete casas,
Cada casa tinha sete gatos,
Para cada gato havia sete ratos,
Para cada gato havia sete espigas de trigo,
E cada espiga tinha sete medidas de grão.
Quantas coisas ele possuía,
Casas, gatos, ratos espigas e medidas de grão?

Supõe-se que Ahmes se referia a um problema, possivelmente já conhecido, em que cada casa há 7 gatos, cada gato comeu 7 ratos, cada rato comeu 7 espigas de trigo, cada espiga produziu 7 heqat de trigo e se pretende saber a soma de todos as coisas enumeradas. Note a familiaridade com a canção infantil citada anteriormente.

Responda:

a) Crie uma melodia para a cantiga acima, e cante-a em grupo.
b) Será que se trata realmente de uma soma, quando se é perguntado quantos iam a St. Ives? Por quê?
c) Qual o caminho para se chegar a uma resposta? Descreva os passos que você faria.
d) Dê a soma total.
e) No tratado chinês Manual aritmético do mestre sol, do século III, aparece o seguinte problema, semelhante ao anterior:

Vemos 9 aterros;
cada aterro têm 9 árvores,
cada árvore têm 9 ramos,
cada ramo têm 9 ninhos,
cada ninho têm 9 pássaros,
cada pássaro têm 9 filhotes,
cada filhote têm 9 penas,
cada pena têm 9 cores.
Quantos há de cada?

Resolva o problema acima.

Frações dos olhos do deus Hórus

No Papiro de Rhind também aparece uma progressão geométrica muito interessante formada pelas frações ½, ¼, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64 do Hekat, (unidade comum do volume usada para medir quantidade de grãos). Os termos dessa seqüência são conhecidos como frações dos olhos do deus Hórus.

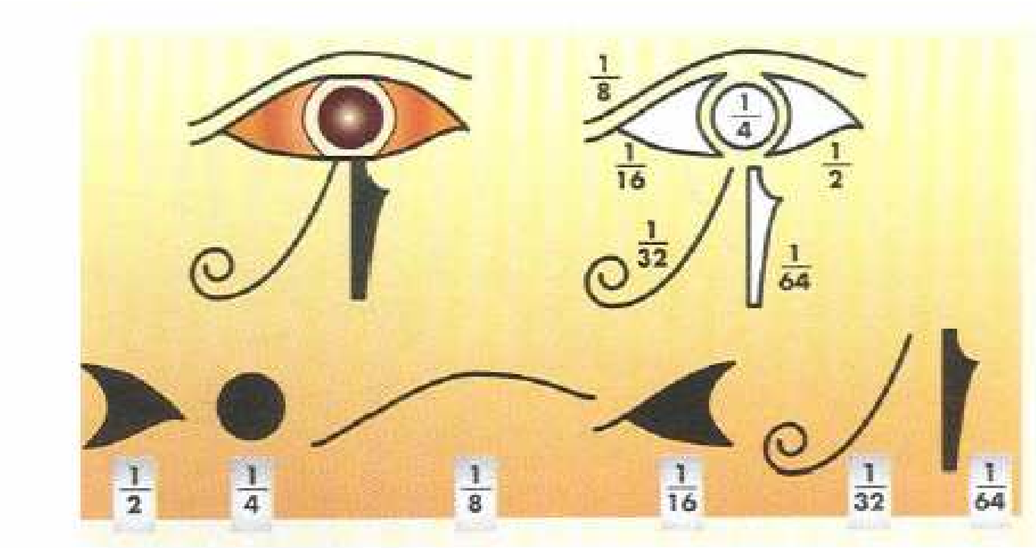

FIGURA 1: Frações dos olhos do deus Hórus.

Perguntas:

(i) Qual a soma desta seqüência? Justifique.

(ii) Qual a fórmula da seqüência para n termos? Explique como você a desenvolveu.

EPISÓDIO:

Ailton:
- *Será que se trata realmente de uma soma, quando se é perguntado quantos iam a St. Ives? Por quê?*

Édipo:
- *É mais que uma soma, envolve multiplicação, mas na verdade a multiplicação tem origem na soma.*

Ed Carlos:
- *É isso mesmo, a multiplicação é uma soma de fatores comuns.*

Édipo:
- *Se trata somente de uma soma?*
- *É que não, mas para simplificar as contas usamos multiplicação.*

Ailton:
- *Agora os dois sociólogos façam a letra e).*
- *Entendeu o conceito?*

Ed Carlos:
- *Sim, e não tem nada de diferente.*

Análise do episódio

Durante o encontro, um aluno disse o seguinte: *"O problema de Ahmes, como o do manual aritmético do sol são iguais, só que um usa base 7 e o outro base 9"*.

Aqui o aluno se refere à base quando trata da razão de um progressão.

Também notamos que os alunos entenderam o raciocínio, quando eles discutem a melhor maneira de resolver o problema. Os alunos mostram isso através da propriedade da multiplicação, que se reduz a uma soma.

Vemos que ele já tem a idéia de generalização mais amadurecida que os demais alunos, visto que foi o único a apontar tal fato, ou seja, segundo SOUSA (2004, p. 68), sabemos que "*a possibilidade de generalização da álgebra vai ocorrer quando houver um conhecimento profundo do conceito de variável, de forma que o movimento do pensamento do indivíduo o torne autônomo. Para tanto, o estudo do conceito mais geral de variável deve considerar a palavra, a figura, o numeral e a letra".*

3.2. Conceito de movimento nas diversas civilizações (China, Índia, Mesopotâmia).

<u>Atividade</u>**: Mesopotâmia**

A atividade três referia-se à Mesopotâmia, uma vez que tal civilização foi a primeira a apresentar seqüências e progressões de forma não-aplicada, de forma mais teórica. Aqui é apresentada igualdade de soma de progressões geométricas, cujos conceitos só foram desenvolvidos na Europa mais de 2.000 anos depois. A atividade tinha como objetivo o reconhecimento de soma de progressões.

Ao pedir para cada aluno escrever o que sabia previamente sobre a civilização, apenas um conhecia aspectos ligados à matemática, enquanto que as demais tinham conhecimento dos seguintes fatos:

<u>Juscelino</u>:
- *Que eu me lembre, é mais relacionado à astronomia*.

<u>Ed Carlos</u>:
- *A civilização Mesopotâmica é bem depois da Egípcia*.

<u>Édipo</u>:
- *Não*!!!
- *A primeira civilização mesopotâmica foi a sumérica, e desenvolveram a escrita.*
- *É bem antes da egípcia, quase mil anos antes*...

<u>Ed Carlos</u>:
- *Me refiro aos Baiblônicos, que foi a última civilização mesopotâmica*.

<u>Édipo</u>:
- *Não...*
- *A última civilização mesopotâmica foram os Caudeus*.

A atividade três, sobre a Mesopotâmia solicitava que os estudantes apresentassem soluções de como resolver um problema da Tábua de Louvre, que data de 300 a. C. e mostra problemas de problemas sobre seqüências e progressões do povo babilônico.

Episodio:

Na Mesopotâmia vimos um exemplo de matemática abstrata, ou seja, segundo Mora e Gonçalves (2000), abstrato significa separar. Assim, podemos entender matemática abstrata com aquela que é separada da realidade, do cotidiano.

Somente um aluno expressou de inicio como resolver a atividade, que segue na íntegra:

(i). A Tábua de Louvre

Os babilônicos também utilizavam seqüências. Foram encontrados 2 problemas interessantes sobre seqüência numa tábua de Louvre, datando por volta de 300 a.C. Um deles afirma que:

$$1^0 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots 2^8 + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$$

<u>Perguntas</u>:

Qual a diferença entre este problema da Tábua de Louvre e os do Egito Antigo, como do Papiro de Rhind?

Qual a sua idéia para mostrar que essa igualdade é verdadeira?

<u>Ailton</u>:
- *Édipo, você disse que já tinha pensado nele*?

<u>Édipo</u>:
- *Eu pensei, mas não passei para o papel.*
- *Agora tem que pensar em dobro*...

<u>Ailton</u>:
- *Aqui é importante observar o contraste entre o Egito, que era mais prático, e a Mesopotâmia, que era mais abstrato.*
- *A Mesopotâmia é a única civilização que tem registro de Matemática abstrata*.

<u>Édipo</u>:
- *To pensando em números binários.*
- *Temos*: $1^0 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots 2^8 + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$
- *Temos*: $2^9 = 1000000000 - 1$
- *Ai substitui no segundo termo e cancela com o primeiro.*
- *Por exemplo*: $2^n = 2^0 +$ n *dígitos*

<u>Juscelino</u>:
- *Fica fácil ver o que ele fazendo*.

<u>Édipo</u>:
- *É porque eu estou vendo números binários em teoria dos números* (disciplina do curso de matemática), *e quando vi o numero é um, que é dois elevado a zero, eu lembrei...*
- *Eu não decoro, eu tento aprender o raciocínio, pois tem gente que decora.*
- *Se daqui a um ano eu voltar a ver isso* (o problema), *eu sei*...
- *O importante é o raciocínio*.

<u>Ailton</u>:
- *Agora tem outra pergunta: Você expressaria a igualdade de outra forma*? *Qual*?

<u>Édipo</u>:
- *Eu fiz.*
- *Dá para representar na forma binária*:

1 + 10 + 100 + 1000 + ... + 100000000 = 100000000 + 100000000 – 1

- *Resposta: Sim, através da representação binária. Após a soma e a subtração na base binária, chega-se ao mesmo resultado*.

Análise do Episódio

O aluno fez uma resolução usando matemática de nível superior, que era usar sistema binário.

Concordamos com SOUSA (2004, p.78), quando diz que:

> *"Entendemos que a história dos conceitos matemáticos, só tem sentido, na sala de aula, quando professores e estudantes compreenderem o movimento das abstrações do pensamento que compuseram as formalizações que estudamos".*

Nesse episódio de ensino, vemos na resolução do aluno a evidência da compreensão do movimento das abstrações do pensamento, onde consegue expressar a soma de progressões na forma binária, indo além do pedido, ou seja, evidencia-se este fato abaixo:

<u>Édipo</u>:

- *Dá para representar na forma binária:*

1 + 10 + 100 + 1000 + ... + 100000000 = 100000000 + 100000000 – 1

- *Resposta: Sim, através da representação binária. Após a soma e a subtração na base binária, chega-se ao mesmo resultado.*

Entretanto, vemos que os demais alunos tiveram grande dificuldade na questão, pois durante a resolução não se manifestaram sobre maneiras alternativas de ensino.

<u>Atividade</u>: **China Antiga**

Esta atividade tinha por objetivo mostrar o desenvolvimento da matemática na China Antiga, em especial relativo a seqüências e progressões.

O aluno era convidado a participar da seguinte forma:

(i). Escreva o que você saber sobre a China Antiga, de 2.000 anos a.C. até 600 a.C., em algumas linhas.

(ii). E sobre o desenvolvimento da matemática neste período, você sabe alguma coisa? Escreva o que souber.

(iii). Vamos ler alguns pequenos textos sobre a China Antiga e sobre os impérios asiáticos:

Segue texto completo de “História da Matemática na China”, por SÓ MATEMÁTICA, em anexo.

(iv). Problema da Tecedeira

Sabemos que na China Antiga, a matemática era voltada para a solução de problemas do cotidiano, e uma obra onde se encontram muitos problemas é o chamado **Chiu Chang Suan Shu** (Os nove capítulos da arte matemática), o livro contém 246 problemas distribuídos por 9 capítulos.

Entre estes, encontramos o seguinte problema*:*

> "*Uma tecedeira, melhorando a técnica de dia para dia, dobra todos os dias a quantidade produzida no dia anterior. Em cinco dias produz 5 chi (ou 23 metros) de tecido*."

Pergunta:

a) Quanto que é produzido em um ano?
b) Agora considere que em no primeiro ano a tecedeira dobra a quantidade produzida, não em relação ao dia anterior, mas em relação ao mês anterior. No segundo ano, triplica em relação ao mês anterior. No terceiro quadriplica, em relação ao mês anterior. Ao final de 3 anos, quanto é produzido?

Episódio

Aqui, em comum acordo com os alunos, fomos direto à atividade (iii), na leitura dos textos, devido à dificuldade em expor a história da China Antiga, já que poucos têm algum conhecimento prévio sobre o assunto, e também pelos cursos de história do ensino médio não tratarem sobre o assunto.

A primeira discussão se deu após a leitura de RIBNIKOV (1987, PG. 31), que segue em anexo, cujo texto descreve o método Fan-Chen, o que equivale ao método Gauss–Jordan, feito na China muito tempo antes dos Europeus, e segundo o aluno Édipo, descoberto só no século XIX, ou seja, 1.300 anos antes.

Análise do episódio:

Segue abaixo trecho transcrito de tal discussão:

Dimas:

- *Se isso* (método Fan-Chen), *foi feito 1.300 anos antes do equivalente ao método de Gauss-Jordan, por que adotamos a matemática da Europa*?

Ailton:

- *Porque a cultura nossa ciência é de ciência européia*.

Sidnei:

- *Parece que tem um domínio da Igreja ai, e tal*...

Ailton:

- *Juscelino, você que estudou bem a história, da parte da antropologia. O que é, é o domínio da Igreja que impede o acesso ao conhecimento fora da Europa*?

Juscelino:

- *A Igreja priorizou, por exemplo, a filosofia dos livros de Aristóteles, e dispensou aqueles que ela achava um ameaça para a cultura Cristã e priorizou aqueles que ela achava que eram interessantes.*
- *Assim, todos os cientistas que ela achava inovadores eram perseguidos, como Galileu*...

Ailton:

- *Aqui, temos um grande problema cultural, de ciência só européia. A idade média foi o fim da ciência do mundo, mas só naquele pedacinho do mundo, pois no resto estava fervilhando de ciência.*
- *Aqui nos Incas, Astecas, Maias, tinham muitas aplicações práticas*.

Juscelino:

- *Eles tinham aplicações práticas da matemática que imitavam os Gregos, e até construindo pirâmides*...

Sidnei:

- *O que estava no discurso da Igreja Católica que fez com que essa parte do mundo não enxergasse o que tava do lado. O que tinha naquele discurso? O que eles falavam*?

Ailton:

- *Juscelino, não é ameaça à doutrina Cristã*?

Juscelino:

- *É a* (ameaça) *toda a civilização. É aquilo que você falou (Ailton), os Árabes eram os infiéis, bárbaros, bastardos*...

Édipo:

- *Tem uma história assim: a cultura da idade média veio com as civilizações germânicas e pagãs, que não tinham esse espírito cientifico como tinha antes...*
- *Quando o Império Romano foi destruído, esse espírito cientifico foi destruído e deu margem ao misticismo.*
- *A Igreja Católica era a única instituição forte que esquematizou um estilo de viver. No final da idade média ela impôs tal fé e tinha poder sobre a grande massa da população.*

Juscelino:

- Era ela que comandava o sistema educacional. Ela não ocupava somente da parte religiosa, pois os funcionários da Igreja recebiam o salário do Estado, e até não tinha separação entre Igreja e Estado, até à Revolução Francesa.

Édipo:

- *Esse discurso cerceava a ciência*.

Aqui as discussões giraram em torno dos avanços da matemática chinesa, que só pode ser igualada em alguns itens cerca de 1500 a 2000 anos após, pelos europeus, segunda a fala de um aluno: "*Pelo que pude ver, a matemática da Europa só conseguiu chegar ao mesmo patamar da China Antiga, quase dois mil anos depois*." Assim, esta fala representa sua interpretação a cerca do desenvolvimento matemático de Ribnikov (1987). Mais especificamente, tal tópico refere-se à equações lineares e sistemas de equações lineares, visto em geral no final do segundo ano do Ensino Médio.

Já em relação às seqüências e progressões, um avanço da matemática chinesa foi a fórmula geral para soma de progressões, do século XI, e pode ser visto pelos alunos no final do 1º ano do Ensino Médio.

Episódio 1:

Ailton:

- Na aula passada foi exibido o episódio "NÚMERO DE OURO", da série 'ARTE & MATEMÁTICA', do professor Luiz Barco. Assim, ficou a pergunta:

  Qual a relação entre a proporção áurea e a pintura? Vale o mesmo para a arquitetura? *Por quê*?

- *Alguém pensou na questão*?

Juscelino:

- *O vídeo mostra essa associação entre o proporcional e a beleza.*
- *Agora, para correlacionar com o assunto de seqüências, que a gente estava vendo na aula anterior, dá para perceber no caso das colunas, na forma de homens, que pela distancia existe uma razão de seqüências, uma PA. Já no caso da concha* (nautilus), *a proporção é aumentada*.

Édipo:

- *Aí é Fibonacci*.

Juscelino:

- *Como também no caso dos galhos da árvore*.

Édipo:

- *No nautilus, formamos retângulos de lados 3, 5, 7, 13, o que vai levar ao número de ouro*.

Sidnei:

- *Por que isso é belo*?

Ailton:

- *Porque é proporcional.*
- *As artes elegeram o numero de ouro, o proporcional, como beleza*.

Édipo:

- *Esse padrão foi buscado na natureza*.

3.3. Estudando Fibonacci, sistematizando conceitos de seqüências e progressões

Num primeiro momento foi proposto o problema dos coelhos, que deu origem à seqüência. Aqui o objeto era que o aluno trabalhasse com o problema que deu origem à seqüência de Fibonacci, onde ele deveria interpretá-lo e resolvê-lo, de modo a redescobrir tal seqüência.

Atividade 1: *Problema dos pares de coelhos*

Quantos pares de coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano? Um homem tem um par de coelhos em um ambiente inteiramente fechado. Desejamos saber quantos pares de coelhos podem ser gerados deste par em um ano, se de um modo natural a cada mês ocorre à produção de um par e um par começa a produzir coelhos quando completa dois meses de vida.

Assim, sabemos que o par adulto produz um par novo a cada 30 dias, no início do segundo mês existirão dois pares de coelhos, sendo um par de adultos e outro de coelhos jovens, assim no início do mês 1 existirão 2 pares: 1 par adulto + 1 par recém nascido.

No início do terceiro mês o par adulto haverá produzido novamente mais um par enquanto que o par jovem terá completado 1 mês de vida e ainda não estará apto a produzir, assim no início do terceiro mês existirão três pares de coelhos, sendo: 1 par adulto + 1 par com 1 mês de idade + 1 par recém nascido.

Perguntas:

(1) *Ache a cada mês os números dos pares de coelhos produzidos, formando uma seqüência de 12 termos.*

(2) *Quantos pares de coelhos podem ser gerados de um par de coelhos em um ano?*

(3) *É possível achar uma regra para esta seqüência? Se for possível, encontre esta fórmula.*

Episodio 2:

Ailton:

- Agora vamos para o item dois, que na verdade já foi feito, mostrado no vídeo. Vou colocar a seqüência de Fibonacci para discutirmos.

Édipo:

- Temos: $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, $n \in N$, $n \geq 2$.

Analise do episódio:

Novamente neste episódio o vídeo tem fator preponderante, uma vez que ele já traz a seqüência de Fibonacci e a fórmula.

Percebemos que no caso em questão a exibição do vídeo antes da tarefa prejudicou o trabalho dos alunos, uma vez que grande parte do trabalho e discussões já tinham sido feitas, empobrecendo a aula.

Analisamos que a solução do problema seria a exibição do mesmo após as discussões e resoluções dos exercícios, complementando-os.

3.4. Origem das operações da PG e PA.

Foram trabalhadas as operações com progressões, a partir de logaritmos, com o objetivo de alunos fazerem relações entre progressões aritméticas e geométricas, e chegarem à primeira idéia de logaritmo, feita de Stifel em 1.544.

Atividade 1: Sequências e logarítmos

(i). *Leitura de textos:*

- *Puritanos e Lobos do Mar, por Eves.*
- *A Alvorada da Matemática Moderna, por Eves.*

(ii) *No inicio do século XVII, Jonh Napier publicou um trabalho onde deu ao mundo a os logaritmos, porém antes dele, Stifel, em 1.544 deu uma idéia que foi a precursora dos logaritmos.*

Assim, responda:

a) Dada a progressão geométrica e aritmética abaixo:

$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \ldots$ uma P.G.

-3, -2, -1, 0, 1, 2,3, ... uma P.A.

Como podemos fazer a relação entre estas duas progressões?

b) *Napier, em 1.614, deu os termos:*

$B, B^2, B^3, B^4, ..., B^n, ...$ uma P.G.

1, 2, 3, 4, ..., m, ..., n, ... uma P.A.

O produto $B^m . B^n = B^{m+n}$ de dois termos da PG, de acordo do IVES (1997), está associada à soma m+n dos termos correspondentes da segunda progressão. De que forma?

Será exibido o episódio "MÚSICA DAS ESFERAS", da série 'ARTE & MATEMÁTICA', com duração de 24 MINUTOS.

Após, responda:

- Qual a importância da música na criação dos logaritmos?

Episódio:

Ailton:

- *Vamos direto para o dois.*
- *Alguém, já fez? Quer falar algo*?

Sergio:

- *O expoente da PG, que tem base dois, é uma PA.*
- *Essa é a relação existente*.

Ailton:

- *Como isso pode ter dado idéia ao surgimento do logaritmo*?

Sergio:

- *Então temos um logaritmo na base dois: $2^x = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3$, que é o expoente da PG, que é a PA*.

Ailton:

- Então, *Qual a importância da música na criação dos logaritmos?*

Sidnei:

- *É a escala, que está relacionada com os logaritmos*.

Análise do episódio:

Os objetivos da atividade foram cumpridos, pois os alunos conseguiram fazer correlação entre progressões aritméticas e geométricas, reconstruindo a primeira idéia de logaritmos, de Stifel.

Aqui o vídeo foi importante ao mostrar aplicações de seqüências e logaritmos na música clássica, bem como seu desenvolvimento histórico.

Atividade 2**: Gauss**

(i) Leitura de texto:

a) Tempo de Gauss e Cauchy, por Boyer.

Gauss deu sinais de ser um gênio antes dos três anos de idade. Nesta idade aprendeu a ler e a fazer cálculos aritméticos mentalmente.

Aos dez anos de idade, durante uma aula de matemática seu professor pediu para que todos os alunos obtivessem a soma dos números de 1 a 100. Em poucos *minutos Gauss apresentou o resultado correto. Até então, ninguém era capaz desse feito.*

Assim, responda:

(1) Qual o raciocínio que Gauss usou para chegar a este resultado?

(2) A partir desse raciocínio é possível deduzir uma fórmula? Qual? Deduza a fórmula, se for possível, passo a passo.

Episódio:

Ailton:

- *Gauss colocou a soma de 1 até 100, e somando os extremos viu que dava 101. Explique esse raciocínio*.

Édipo:

- *Ele somou* 1 + 100, 2 + 99, 3 + 98, *ou seja*, n + 1, (n –1) + 1, (n –2) + 3.
- *Daí sai a fórmula*.

Análise do episódio

Os alunos conseguiram recriar o raciocínio de Gauss para a soma de uma progressão aritmética.

É importante notar que tal exercício é visto no final do primeiro ano do Ensino Médio, de uma forma geral. Assim, foi apenas uma revisão para a maioria.

4. Conclusões

Podemos dizer que tivemos sucesso em nossos objetivos, que era uma melhor percepção dos conceitos de fluência e movimento, onde observamos ao longo do mini-curso uma percepção mais aguçada de tais conceitos.

Por exemplo, foi lido um texto de Caraça (1998) relativo ao conceito de movimento e fluência. Assim, ao aplicar atividades para análise de tais conceitos de um trecho de um texto, e nas aulas subseqüentes, notamos uma melhor percepção desses.

Notamos em especial no mini-curso a formação de subgrupos de alunos, de ciências exatas, ciências humanas e outro formado por um calouro de Matemática.

Nesse sentido, notamos uma dificuldade maior em estruturar as idéias relativas à parte histórica e filosófica do primeiro grupo em relação aos demais. Por exemplo, o grupo de alunos de ciências humanas demonstrou maior argüição nos argumentos, chegando a citar autores de ciências sociais. Ou seja:

Ailton:

- *Então, vamos discutir o texto do Caraça. Vê o que vocês acharam... difícil... fácil*...

Dimas:

- *Difícil*...

Juscelino:

- *Achei curioso o que ele faz com as ciências exatas, o mesmo o Conte faz com as ciências humanas. Não tem como definir uma ciência como, por exemplo, as definições da crítica clássica*...

Edipo:

- *O conceito de fluência, principalmente, tem a idéia que você não tem conhecimento absoluto, pois você tem que recortar, ter um recorte, um isolado...*

Juscelino:

- *Em algumas ciências não tem como você fazer esse trabalho de isolado.*
- *Na Estatística você não tem como trabalhar com o todo, mas com amostras, pois inviável sem amostras, pelo tempo, pelos recursos... até recursos humanos.*
- *No Rio de Janeiro, em alguns morros, não tem como entrar...*

Edipo:

- *Também fica inviável com relação às variáveis.*
- *Tem gente que dificuldade a linguagem...*
- *Às vezes não tem funcionário para fazer a função...*
- *E como o funcionário vai fazer a analise da própria vida? Ele vai fazer analise do que está fora, e da vida dele... Então, ele se inclui no todo.*

Juscelino:

- *Acho interessante partir desse aspecto que tudo muda, até demais...*
- *Essa preocupação que ele coloca em relação às ciências naturais, é uma preocupação que muitas pessoas que não tem essa noção de ciência que ele tem, coloca para se contrapor em relação a nós das ciências humanas, um debate que é feito a respeito de ciência. As pessoas dizem com arrogância, é o que alguns dizem, filósofos, homens de ciência.*
- *Alguns dizem: Olha, vocês das ciências humanas não fazem ciência, pois vocês.. toda vez que vai fazer a escolha do objeto de estudo, vocês estão sendo parciais. Mas essa parcialidade existe?*
- *Como na química, por exemplo, você quer estudar metanol. Existem verbas para estudar metanol.*
- *Não existem verbas para você estudar o que existe a respeito da corrida nuclear... na guerra fria. Quero trabalhar com mísseis.. pode ser que você consiga...*
- *Não Existem condições para você trabalhar com energia nuclear hoje, do que na década de 50, 60 no auge da guerra fria...*
- *Agora, se você falar... que uma fonte de energia alternativa, no caso o metanol.*
- *Então, o fato de existir uma disposição da sociedade, de existir verbas, de existir disposição para aquilo.*
- *O seu estudo já é direcionado... Não existe neutralidade!*
- *Nem o sabonete é neutro...*
- *É interessante isso, que ele coloca... Essa humildade de dizer...*
- *Estou me baseando na opinião dos pré-socráticos...*
- *Olha, ele diz: O homem passou no rio, e nem o rio que ele passou é o mesmo...*
- *Nem o homem é o mesmo... Se a gente fosse o mesmo, não haveria envelhecimento, não haveria morte, que é o fim de vários ciclos vividos.*

Edipo:

- *Você falou no aspecto orgânico... Tem o aspecto da experiência. Antes dele passar pelo rio, ele não tinha a experiência de passar pelo rio, então ele adquiriu experiência.*
- *Sartre cita alguma coisa, que ele não tem como ser o mesmo...*

Juscelino:

- *Agora, o trabalho de Popper, considera muito a relação do aspecto de lei e tendência.*
- *Por exemplo, no caso da matemática, das ciências exatas elas têm que determinar leis para reprodução. Se você não puder reproduzir o experimento, se você não reproduzir aquilo que você está estudando, você não pode determinar leis. Se você não determina leis, então fica difícil você dizer que é ciência, nos moldes das ciências exatas.*

O segundo grupo teve maior dificuldade em estruturar os conceitos algébricos, onde eles citavam alguns argumentos de matemática superior para resolução de alguns problemas.

Já o terceiro grupo manteve regularidade na estruturação das idéias históricas e filosóficas, e nas algébricas, mantendo bons diálogos com o grupo dos alunos das ciências humanas.

Este aluno, em especial demonstrou facilidade nos argumentos matemáticos, destacando-se no raciocínio mental ágil, ou seja, por exemplo, resolvendo o problema (iv) da parte 3, mentalmente, usando conceitos da teoria dos números, vista no primeiro período letivo do curso de matemática. Ou seja:

(ii). A Tábua de Louvre

Os babilônicos também utilizavam seqüências. Foram encontrados 2 problemas interessantes sobre seqüência numa tábua de Louvre, datando por volta de 300 a.C. Um deles afirma que:

$$1^0 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots 2^8 + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$$

Perguntas:

Qual a diferença entre este problema da Tábua de Louvre e os do Egito Antigo, como do Papiro de Rhind?

Qual a sua idéia para mostrar que essa igualdade é verdadeira?

Ailton:

- *Édipo, você disse que já tinha pensado nele?*

Édipo:

- *Eu pensei, mas não passei para o papel.*
- *Agora tem que pensar em dobro...*

Ailton:

- *Aqui é importante observar o contraste entre o Egito, que era mais prático, e a Mesopotâmia, que era mais abstrato.*
- *A Mesopotâmia é a única civilização que tem registro de Matemática abstrata.*

Édipo:

- *To pensando em números binários.*
- *Temos: $1^0 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots 2^8 + 2^9 = 2^9 + 2^9 - 1$*
- *Temos:*
- *$2^9 = 1000000000 - 1$*
- *Ai substitui no segundo termo e cancela com o primeiro.*
- *Por exemplo: $2^n = 2^0 +$ n dígitos*

Juscelino:

- *Fica fácil ver o que ele fazendo.*

Édipo:

- *É porque eu estou vendo números binários em teoria dos números (disciplina do curso de matemática), e quando vi o numero é um, que é dois elevado a zero, eu lembrei...*
- *Eu não decoro, eu tento aprender o raciocínio, pois tem gente que decora.*
- *Se daqui a um ano eu voltar a ver isso (o problema), eu sei...*
- *O importante é o raciocínio.*

Ailton:

- *Agora tem outra pergunta: Você expressaria a igualdade de outra forma? Qual?*

Édipo:

- *Eu fiz.*
- *Dá para representar na forma binária:*

  1 + 10 + 100 + 1000 + ... + 100000000 = 100000000 + 100000000 – 1
- *Resposta: Sim, através da representação binária. Após a soma e a subtração na base binária, chega-se ao mesmo resultado.*

Assim, concluímos que os objetivos foram atingidos de forma parcial, ao conseguirmos uma maior desenvoltura do raciocínio algébrico, bem como dos conceitos lógico-históricos.

Referências bibliográficas

Barasuol; F. (2006). *A Matemática da Pré-História ao Egito Antigo*. UNIrevsita, 21. Retrieved May, 2, 2008. http://www.unirevista.unisinos.br/_pdf/UNIrev_Barasuol.pdf.

Benedetti, F. (2003). *Funções, Software Gráfico e Coletivos Pensantes*. Unpublished Master's degree dissertation. UNESP, Rio Claro, Brazil.

Bicudo, M. (1999). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas*. São Paulo: UNESP.

Bogdan, R. C; Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.

Borba, M. (2004). *Pesquisa qualitativa em educação matemática*. In: 27ª Reunião Anual da Anped. Caxambu.

Boyer, C. B. (1996). *História da Matemática*. (E. E. Gomide, trans.). São Paulo: Edgard Blücher. (Original work published in 1974).

Bucchi, P. (1992). *Matemática*. São Paulo: Editora Moderna.

Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Porto: Gradiva.

Costa, A. B. (2003). *Um Passeio Pela História da Matemática: De Fibonacci a Jordan*. Unpublished Monograph. UFSCar, São Carlos, Brazil.

Eves, H. (2004). *Introdução à História da Matemática*. (H. H. Domingues, trans.) Campinas: Editora UNICAMP. (Original work published in 1997).

Ferreira, E. (2005). *Quando a atividade de ensino dá ao conceito matemático a qualidade de educar*. Unpublished Master's degree dissertation. UNICAMP, Campinas, Brazil.

Freire, M. L. (2005). *História da Matemática na Mesopotâmia*. Retrieved May, 6, 2008. From: http://www.unirevista.unisinos.br/_pdf/UNIrev_Barasuol.pdf.

Gomes, E. B. (2005). *A História da Matemática como Metodologia de Ensino: Perspectivas Epistemológicas e Evolução de Conceito*. Master's degree dissertation. UFPA: Belém, Brazil.

Hazzan, S.; Iezzi, G. (1985). *Fundamentos de Matemática Elementar*. Vol. 4. São Paulo: Atual Editora.

Lanner de Moura, A. R. (1995) *A medida e a criança pré-escolar*. Unpublished doctoral dissertation, Campinas State University at Campinas, Brazil.

Lanner de Moura, A. R.; Sousa, M. C. (2002). *O lógico-histórico: uma perspectiva didática da álgebra na formação de professores*. In: XI Endipe.

Lima, V. S.; et all. (2004). *Progressões Aritméticas e Geométricas: História, Conceitos e Aplicações*. In: Revista Intellectus. Retrieved October, 10, 2008. From:http://www.unopec.com.br/revistaintellectus/_Arquivos/Jan_Jul_04/PDF/Artigo_Valeria.pdf.

Lorenzato, S. (2006). *Para Aprender Matemática*. Campinas: Ed. Autores Associados.

Miguel, A.; Miorim, M. A. (2004). *História na Educação Matemática – Propostas e desafios.* Belo Horizonte: Autêntica.

Miranda, H. S.; Reis, C.; Jacobsen, S. *A História da Matemática no Egito*. Retrieved April, 4, 2008. From: http://mtuliop.googlepages.com/Egito.pdf.

Morgado, A. C.; Wagner, E.; Zani, S. C. (1993). *Progressões e Matemática Financeira*. Rio de Janeiro: SBM.

Mora, J. F.; Gonçalves, M. S. (2000). *Dicionário de Filosofia*: São Paulo: Edições Loyola.

Moura, M. O. (2000). *O Educador Matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública*. Unpublished Free Teaching Thesis. USP, São Paulo, Brazil.

Neto, H. M. (2007). *Uma Análise da História da Matemática Presente nos Livros Paradidáticos.* Unpublished Master's degree dissertation. UNESP, Rio Claro, Brazil.

Ohse, M. L. (2007). *História da Matemática: A Matemática Medieval no Continente Europeu*. Educação Matemática em Revista, 22.

Pereira, M.; Saraiva, M. J. (2005). *Tarefas de investigação no ensino e aprendizagem das sucessões.* Revista Quadrante: Vol. XIV, 2.

Ponte, J. P.; Segurado, M. I.; Oliveira, H. M. (1998). *Tarefas de Investigacao Matematica: Historias da Sala de Aula.* VI Encontro de Investigação em Educação Matemática. Portalegre: SPCE-SEM.

Ríbnikov, K. (1987). *Historia de las matemáticas*. Moscú: Editorial Mir.

Silveira, A. P. (2007). *Estudo de percepções de crianças do primeiro ciclo do ensino fundamental sobre o conceito de número*. Presidente Prudente: UNESP, 2007. Iniciação Científica.

Soares, K. M. (2004). *História da Matemática na Formação de Professores do Ensino Fundamental*. (1ª a 4ª série). Unpublished Master's degree dissertation. UDESC, Florianópolis, Brazil.

Sousa, M. C. (2004). *O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: Um estudo das elaborações correlatas de professores do Ensino Fundamental*. Unpublished doctoral dissertation, Campinas State University at Campinas, Brazil.

Sousa, M. C. (2007). *Atividade de ensino*: *Expressão da unidade Teórica e prática na formação de professores.* Unpublished project leader of Scientific Initiation, São Carlos: UFSCar, Brazil.

Ailton Barcelos Da Costa: Estudante de Licenciatura em Matemática – UFSCar Ministrou um curso de extensão universitária de 30 horas, em 2008, com o título “O CONCEITO DE SEQÜÊNCIAS E PROGRESSÕES NA PERSPECTIVA LÓGICO-HISTÓRICA”, e apresentados painéis em congressos sob mesmo título em três congressos, e outro sob título “A ESCOLA COMO MEIO DE CONSERVAÇÃO SOCIAL” em outro congresso em 2009**.**